Julius Schärf
Helmut Schierer
Werner Baron

Programmieren mit dem Taschenrechner

TI-57

Texas Instruments TI-57

ıbourg Verlag Wien München

FORTBILDUNG DURCH SELBSTSTUDIUM

Elektronische Taschenrechner

Herausgeber: Julius Schärf

Die Buchreihe
„FORTBILDUNG DURCH SELBSTSTUDIUM“
verhilft zu einer schnellen und sicheren Aneignung von Wissen, das für den beruflichen Aufstieg in der heutigen Leistungsgesellschaft erforderlich ist.

An Hand von vollständig durchgeführten Musterbeispielen dringt der Leser schrittweise in das Wissensgebiet ein. Viele Übungen mit angegebenen Lösungen geben ihm die Möglichkeit, die erworbenen Kenntnisse zu überprüfen und schon bald die ihm aufgetragenen Arbeiten zu bewältigen.

Prof. Dr. Julius Schärf wurde 1925 in Wien geboren. Er unterrichtet seit 1948 an Höheren technischen Lehranstalten. Er hat bereits 1957 die Fachgebiete Datenverarbeitung und technische Statistik, 1963 die Netzplantechnik in den Unterricht an der höheren Abteilung für Betriebstechnik am TGM eingeführt.
Dr. Schärf war einige Jahre in leitender Position in der Datenverarbeitungsindustrie tätig und ist Verfasser des vierbändigen Werks „Mathematik für Höhere technische Lehranstalten“, einiger Lehrbücher und einiger Fachbücher.

Prof. Mag. Helmut Schierer, geboren 1939, studierte an der Universität Wien. Seit 1964 unterrichtet er Mathematik, Physik und Rechenlabor am TGM.

Dipl.-Ing. Dr. techn. Werner Baron, geboren 1940 in Wien, studierte an der TH Wien Technische Mathematik und Moderne Rechentechnik. Er ist seit 1968 Assistent am Institut für Numerische Mathematik der TU Wien. Seit 1976 unterrichtet er am TGM Mathematik und EDV.

CIP-Kurztitelaufnahme der Deutschen Bibliothek

Schärf, Julius:
Programmieren mit dem Taschenrechner TI-57 [TI siebenundfünfzig] / Julius Schärf; Helmut Schierer; Werner Baron. — 1. Aufl. — Wien, München: Oldenbourg, 1978.
(Fortbildung durch Selbststudium: Elektron. Taschenrechner)
ISBN 3-7029-0128-0 (Wien);
ISBN 3-486-22721-1 (München)

NE: Schierer, Helmut:; Baron, Werner:

1. Auflage 1978

© 1978 R. Oldenbourg KG. Wien

Das Werk ist urheberrechtlich geschützt. Die dadurch begründeten Rechte, insbesondere die der Übersetzung, des Nachdrucks, der Funksendung, der Wiedergabe auf photomechanischem oder ähnlichem Wege sowie der Speicherung und Auswertung in Datenverarbeitungsanlagen, bleiben, auch bei nur auszugsweiser Verwertung, vorbehalten. Werden mit schriftlicher Einwilligung des Verlags einzelne Vervielfältigungsstücke für gewerbliche Zwecke hergestellt, ist an den Verlag die gesetzlich zu zahlende Vergütung zu entrichten, über deren Höhe der Verlag Auskunft gibt.

Druck: R. Spies & Co., Wien

ISBN 3-7029-0128-0 R. Oldenbourg Wien
ISBN 3-486-22721-1 R. Oldenbourg München

JULIUS SCHÄRF
HELMUT SCHIERER
WERNER BARON

PROGRAMMIEREN MIT DEM TASCHENRECHNER TI-57

Erste Auflage

R. OLDENBOURG VERLAG WIEN MÜNCHEN 1978

Vorwort

Geisttötende Routinerechnungen in einem Statikerbüro bewogen nach 1930 den deutschen Bauingenieur Konrad Zuse, sich mit der Automatisierung von Rechenvorgängen zu beschäftigen. 1941 vollendete er die erste programmgesteuerte Rechenanlage der Welt, seine Z 3. Die EDV trat damit ihren Siegeszug an.

Neue Bauelemente ermöglichten gewaltige Leistungssteigerungen. Neue Impulse brachte die Raumfahrt, unter anderem die Miniaturisierung der Bauteile von Rechnern und ihre Massenfertigung. Damit entstanden Taschenrechner mit der Leistungsfähigkeit von früheren Großanlagen. Hochwertige programmierbare Taschenrechner liegen preislich bereits so günstig, daß sie bald in Schule und Praxis herkömmliche Rechenhilfsmittel verdrängen werden.

Dieses Buch soll den Leser befähigen,

1. mit Hilfe des Taschenrechners die eigenen Rechenprobleme schnell und sicher zu lösen,
2. ohne Vorkenntnisse bald programmieren zu können,
3. die Möglichkeiten seines Taschenrechners voll auszuschöpfen.

Dazu werden sicherlich die vielen ausführlichen Beispiele beitragen.

Im Hinblick auf die Zielsetzung ist das Buch in drei Abschnitte gegliedert:

1. Grundlagen 2. Programmierung 3. Anwendung

Der Leser wird schrittweise mit seinem leistungsfähigen Gerät vertraut gemacht. Bereits am Ende des ersten Abschnitts, in dem das Programmieren noch gar nicht erwähnt wird, ist er imstande, einfache Programme selbst zu erstellen.

Im zweiten Abschnitt wird der Leser mit der Programmiertechnik vertraut gemacht.

Er lernt

- mit den unbedingten und bedingten Sprungbefehlen umzugehen;
- Schleifen zu programmieren;
- die Unterprogrammtechnik zu verstehen;
- das Redigieren von Programmen.

Im dritten Abschnitt ist die Lösung vieler Probleme vollständig durchgeführt: Problemstellung, mathematische Formulierung, Programm, Programmdurchführung, Bemerkungen zum Programm.

Der Leser wird hier befähigt, Probleme in der Sprache des Rechners zu formulieren. In vielen Fällen wird er eines dieser Beispiele direkt auf seine Probleme anwenden können.

Die vorliegenden Ausführungen beziehen sich, wie schon aus dem Titel hervorgeht, auf den weitverbreiteten Texas Instruments-Taschenrechner TI-57, der sich durch hohe Rechengenauigkeit, Zuverlässigkeit und niedrigen Preis auszeichnet.

Wir danken für Verbesserungsvorschläge, insbesondere den Herren Mag. ROBERT STRECHA, Dr. TOBIAS SCHLÄPFER und Mag. HEINZ STEGBAUER, und bitten alle Leser um Kritik und Anregungen.

Zu Dank verpflichtet sind wir der Firma Texas Instruments für die Genehmigung, aus ihrer Firmenliteratur zitieren zu dürfen.

Ferner danken wir dem Verlag R. Oldenbourg für das Eingehen auf unsere Wünsche.

Wien, Juli 1978 *Julius Schärf, Helmut Schierer, Werner Baron*

Inhaltsverzeichnis

GRUNDLAGEN

1. Tastatur für manuelle Bedienungen . . . 9

2. Zahlendarstellung . . . 15
2.1. Normalschreibweise . . . 15
2.2. Fixkommaschreibweise . . . 15
2.3. Gleitkommadarstellung . . . 15

3. Grundrechnungen . . . 17

4. Reihenfolge der Rechenoperationen . . . 18

5. Zusammengesetzte Grundrechnungen . . . 20

6. Funktionen in einer Variablen . . . 24
6.1. Kehrwert $1/x$ . . . 24
6.2. Quadratzahl x^2 . . . 25
6.3. Quadratwurzel $\sqrt{x}$ . . . 26
6.4. Kreiszahl π . . . 27
6.5. Exponentialfunktion e^x . . . 28
6.6. Exponentialfunktion 10^x . . . 29
6.7. Natürlicher Logarithmus $\ln x$ . . . 30
6.8. Zehnerlogarithmus $\lg x$ . . . 32
6.9. Kreisfunktionen . . . 33
6.10. Arkusfunktionen . . . 35
6.11. Absolutwertfunktion $|x|$ . . . 37
6.12. Integerfunktion Int . . . 37

7. Potenzfunktion y^x und Wurzelfunktion $\sqrt[x]{y}$ . . . 38

8. Weitere eingebaute Funktionen . . . 40
8.1. Polarkoordinaten . . . 40
8.2. Statistische Maßzahlen . . . 42

9. Speicher . . . 42
9.1. Grundbegriffe . . . 42
9.2. Speichertasten . . . 47

10. Lösungen zu den Übungen . . . 49

PROGRAMMIERUNG

11. Tasten für die Programmierung . . . 53
11.1. Manuelle Bedienung . . . 53
11.2. Ausführung im Rahmen eines gezeichneten Programms . . . 54

12. Einfache Programme . . . 56

13. Redigieren von Programmen . . . 59
13.1. Anzeige der Programmschritte . . . 59
13.2. Anzeige eines Befehls . . . 60
13.3. Single-Step und Backstep . . . 60
13.4. Einfügen eines Befehls . . . 61
13.5. Löschen eines nicht mehr benötigten Befehls . . . 61
13.6. Ersetzen eines Befehls . . . 62

14. Sprungbefehle . . . 63
14.1. Unbedingter Sprungbefehl GO-TO . . . 63
14.2. Bedingte Sprungbefehle (Verzweigungen) . . . 65
14.3. Schleifenkontrollbefehle . . . 69

15. Programmierung von Schleifen . . . 70
15.1. Induktive Schleifen . . . 70
15.2. Sukzessive Schleifen . . . 81

16. Unterprogramme . . . 85

ANWENDUNGEN

Berechnung von Polynomwerten (Horner-Schema) 88

Arithmetische Folgen 90
Glieder einer arithmetischen Folge 90
Summe einer arithmetischen Reihe 91

Geometrische Folgen 92
Glieder einer geometrischen Folge 92
Summe einer endlichen geometrischen Reihe 93
Summe einer unendlichen geometrischen Reihe 94

Lineare Interpolation in Tabellen 95

Umwandlung Dezimalzahl $d \leftrightarrow$ Zahl z zur Basis b 96

Größter gemeinsamer Teiler und kleinstes gemeinsames Vielfaches 98

Komplexe Zahlen 100

Determinanten 104

Lineare Gleichungssysteme 106
Lineares Gleichungssystem in zwei Variablen 106
Lineares Gleichungssystem in drei Variablen 108

Quadratische Gleichung $Ax^2 + Bx + C = 0$ 110

Kubische Gleichung $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$ 112

Näherungsweise Auflösung von Gleichungen 114
Regula falsi 114
Näherungsverfahren von Newton 116

Hyperbelfunktionen und Areafunktionen 118

Polynom mit gegebenen Nullstellen 120

Arbeitszeitermittlung 122

Numerische Integration 124

Runge-Kutta-Verfahren für Differentialgleichungen 1. Ordnung 126

Vektorrechnung 128

Rechtwinklige Dreiecke 130

Schiefwinklige Dreiecke 134
Fall SSS 134
Fall SWS 134
Fall WSW 136
Fall SSW 137

Berechnungen am Kreis (Kreissektor und Kreissegment) 140

Parallelverschiebung und Drehung des Koordinatensystems 142

Gedämpfte Sinusschwingung 143

Statistik 144
Mittelwert und Standardabweichung einer Stichprobe mit Klasseneinteilung 144
Hypergeometrische Verteilung 146
Binomialverteilung 148
Poisson-Verteilung 150

Register 154

Grundlagen

1. Tastatur für manuelle Bedienung

Ein-Aus-Schalter.

2nd

Präfixtaste zum Umschalten auf die zweite Funktion, die in gelber Schrift unmittelbar über der Taste auf der Abdeckung angebracht ist.

Statt 2nd [ ] $f(x)$

schreiben wir kurz $*f(x)$

INV

Umkehrfunktionstaste zum Berechnen von Werten der Umkehrfunktion[1].

Zahleneingabe

0 bis 9

Zifferntasten.

•

Eingabe des Dezimalkommas.

$*\pi$

Eingabe des Werts von π.

+/−

Vorzeichenwechseltaste.

---

[1] *Beachte:* 2nd INV $f(x)$ $\triangleq$ INV 2nd $f(x)$

EE	*enter exponent* Ist vor Eingabe des Exponenten zu drücken. Schaltet den Rechner auf Gleitkommamodus um.
INV EE	Aufhebung der Gleitkommaform, wenn $10^{-7} \leqq \lvert x \rvert < 10^{8}$.

Anzeigeformat

∗Fix n	Ergebnisse werden in Normalschreibweise angezeigt[1].
INV ∗Fix	Aufhebung der Festlegung der Nachkommastellen.

Löschtasten

CE	*clear entry* Löscht die letzte Tastatureingabe. Stellt Blinken der Anzeige ab, ohne die laufende Rechnung zu löschen.
CLR	Löscht die laufende Rechnung und die Anzeige. Speicherinhalte, Anzeigeformat und Programmschritte bleiben unverändert.
∗C · t	Löscht das T-Register (den Speicher 7).
INV ∗C · t	Löscht den gesamten Rechner mit Ausnahme der Programmschritte und der Dezimalkommaeinstellung.

[1] $0 \leqq n \leqq 7$; ∗Fix 8 hat die gleiche Wirkung wie ∗Fix 7
∗Fix 9 hat die gleiche Wirkung wie INV ∗Fix

Umordnen von Daten

$x \leftrightarrow t$			Vertauscht die Inhalte von X- und T-Register (T-Register = Speicher 7).
STO	n	...[1]	Speichert die angezeigte Zahl im Speicher n.
RCL	n		Ruft den Inhalt des Speichers n ab.
SUM	n		Addiert die angezeigte Zahl zum Inhalt des Speichers n und speichert das Resultat im Speicher n.
✱Prd	n		Multipliziert den Inhalt des Speichers n mit der angezeigten Zahl und speichert das Resultat im Speicher n.
✱Exc	n		*exchange* Vertauscht den Inhalt des Speichers n mit der angezeigten Zahl.
INV	SUM	n	Subtrahiert die angezeigte Zahl vom Inhalt des Speichers n und speichert das Resultat im Speicher n.
INV	✱Prd	n	Dividiert den Inhalt des Speichers n durch die angezeigte Zahl und speichert das Resultat im Speicher n.

Beachte:

	STO	n		STO n
	RCL	n		RCL n
Statt	SUM	n	**schreiben wir kurz**	SUM n
	✱Prd	n		✱Prd n
	✱Exc	n		✱Exc n

[1] $0 \leqq n \leqq 7$

Arithmetische Funktionstasten

+	Die angezeigte Zahl — Eingabe oder Ergebnis einer Berechnung — wird als 1. Operand einer Addition gespeichert. ...[1]
−	Die angezeigte Zahl — Eingabe oder Ergebnis einer Berechnung — wird als 1. Operand einer Subtraktion gespeichert. ...[1]
×	Die angezeigte Zahl — Eingabe oder Ergebnis einer Berechnung — wird als 1. Operand einer Multiplikation gespeichert. ...[1]
:	Die angezeigte Zahl — Eingabe oder Ergebnis einer Berechnung — wird als 1. Operand einer Division gespeichert. ...[1]
=	Führt alle noch nicht ausgeführten Rechenschritte des eingetasteten arithmetischen Ausdrucks durch.

Funktionen in einer Variablen

Die angezeigte Zahl sei x.

$1/x$		Berechnet $1/x$
x^2		Berechnet x^2
$\sqrt{x}$		Berechnet $\sqrt{x}$
$\ln x$		Berechnet $\ln x$
INV	$\ln x$	Berechnet e^x
∗log		Berechnet $\lg x = \log_{10} x$
INV	∗ log	Berechnet 10^x
∗ $\lvert x \rvert$		Berechnet $\lvert x \rvert$
∗Int		Berechnet den ganzzahligen Teil der angezeigten Zahl
INV	∗Int	Löscht den ganzzahligen Teil der angezeigten Zahl

[1] Genauere Beschreibung auf Seite 18.

✱sin	Berechnet $\sin x$	Modus **R**:	$x \triangleq \widehat{\alpha}$
✱cos	Berechnet $\cos x$	Modus **D**:	$x \triangleq \alpha^{\circ}$
✱tan	Berechnet $\tan x$	Modus **G**:	$x \triangleq \alpha^{g}$

INV	✱sin	Berechnet $\arcsin x$	Modus **R**:	$\arcsin x \triangleq \widehat{\alpha}$
INV	✱cos	Berechnet $\arccos x$	Modus **D**:	$\arcsin x \triangleq \alpha^{\circ}$
INV	✱tan	Berechnet $\arctan x$	Modus **G**:	$\arcsin x \triangleq \alpha^{g}$

Funktionen in zwei Variablen

y^x	Berechnet $y^x \quad (y \geqq 0)$	a	y^x		a^b
		b	=		
INV	y^x	Berechnet $\sqrt[x]{y} \quad (y \geqq 0)$	a	INV	y^x	$\sqrt[b]{a}$
		b	=		

Statistische Funktionen

	∗ Σ+	Summen-Plus-Taste zur Eingabe von Datenpunkten
INV	∗ Σ+	Summen-Minus-Taste zum Löschen von ungewollten Dateneingaben bei statistischen Berechnungen
	∗ $\bar{x}$	Berechnet den Mittelwert
	∗ σ^2	Berechnet die Varianz mit n-Wichtung

Umrechnungstasten

Rechtwinklige Koordinaten ↔ Polarkoordinaten

	∗ P → R	Umrechnung von Polarkoordinaten in rechtwinklige Koordinaten
INV	∗ P → R	Umrechnung von rechtwinkligen Koordinaten in Polarkoordinaten

Grade, Minuten, Sekunden ↔ Dezimalunterteilte Grade

	∗ D · MS	Umrechnung von Graden, Minuten, Sekunden in dezimalunterteilte Altgrade
INV	∗ D · MS	Umrechnung von dezimalunterteilten Altgraden in Altgrade, Minuten, Sekunden

Winkelmodi

∗ Deg	Umschaltung auf Betriebszustand **D** *(Altgrad-Modus)*
∗ Grad	Umschaltung auf Betriebszustand **G** *(Neugrad-Modus)*
∗ Rad	Umschaltung auf Betriebszustand **R** *(Bogenmaß-Modus)*

Beim Einschalten ist der Rechner immer auf **D** geschaltet.

2. Zahlendarstellungen

2.1. Normalschreibweise

Ergebnisse x, für die

$$1 \cdot 10^{-7} \leqq |x| < 1 \cdot 10^{8}$$

gilt, werden in der üblichen Form *zzzzz.zzz* angezeigt, wobei zu beachten ist, daß der Rechner intern 11 Stellen errechnet.

Beachte: Alle Zifferneingaben nach der 8. Stelle werden ignoriert.

2.2. Fixkommaschreibweise

Man kann durch Drücken der Tasten

[✱ Fix] [n] $\quad 0 \leqq n \leqq 7 \quad \ldots$[1]

bewirken, daß der Inhalt des X-Registers mit (höchstens) n Stellen hinter dem Komma angezeigt wird.

Die letzte Ziffer wird gerundet.

Für die weiteren Berechnungen wird der ungerundete Wert verwendet.

Die Fixkommaeinstellung kann durch

[INV] [✱ Fix] oder durch [✱ Fix] [n] $\quad n = 7$ oder 8 oder 9

oder durch Aus- und Einschalten des Rechners (Gesamtlöschung) aufgehoben werden.

2.3. Gleitkommadarstellung

Ergebnisse x, für die

$$|x| \geqq 1 \cdot 10^{8} \quad \text{oder} \quad |x| < 1 \cdot 10^{-7}$$

gilt, werden in **normierter Gleitkommadarstellung** angegeben.

$$x = m \cdot 10^{n}$$

m ... Mantisse $1 \leqq |m| < 10$

n ... Exponent (ganze Zahl)

In der Anzeige des Rechners erscheinen nur die beiden Parameter m und n in der Form

$$m_1 \cdot m_2 m_3 m_4 m_5 m_6 m_7 m_8 \pm n_1 n_2$$

Beachte: Die interne Rechengenauigkeit des Texas-Rechners TI-57 beträgt 11 Stellen, unabhängig von der angezeigten Zahl.

Die Anzeige wird auf höchstens 8 Stellen gerundet. Die 3 nichtangezeigten Stellen dienen zum Auffangen von Rundungsfehlern.

---

[1] Fix ist eine Abkürzung für *fixpoint* (engl.).

Beim TI-57 wird eine eingetastete Gleitkommazahl normiert, sobald eine Funktions- oder Operationstaste gedrückt wird. Die Gleitkommaform kann durch

[INV] [EE] für $10^{-7} \leqq |x| < 10^{8}$ wieder aufgehoben werden.

Eine Gleitkommazahl muß in folgender Form eingegeben werden:

1. Mantisse
2. [+/−], falls die Mantisse negativ ist
3. [EE]
4. Ein- oder zweistelliger Exponent
5. [+/−], falls der Exponent negativ ist.

Die Schritte 4 und 5 können vertauscht werden oder unterbleiben.

Die EE-Taste kann man auch zum Abschneiden der letzten Stellen einer Zahl benützen:

[EE] [INV] [EE]

Das Drücken der EE-Taste bewirkt, daß der Rechner nur noch mit der augenblicklich in der Anzeige ausgewiesenen Zahl weiterrechnet[1].

[X] [1] [EE] [=]

bewirkt die Umschaltung des Rechners auf die Gleitkommaform[2].

---

[1] [*π] [×] [2] [=] 6.2831853

[*π] [EE] [INV] [EE] [×] [2] [=] 6.2831854

[2] Die im Anzeigenregister stehende Zahl wird mit $1 \cdot 10^{0}$ multipliziert.

ÜBUNGEN

Stelle folgende Zahlen im genormten Gleitkommaformat dar:

2.01. $124{,}5 =$ .....

2.02. $0{,}17 =$ .....

2.03. $30\,070 =$ .....

2.04. $-5\,100\,000 =$ .....

2.05. $0{,}000\,814\,3 =$ .....

2.06. $-5{,}185 =$ .....

2.07. $-35\,920\,000\,000 =$ .....

2.08. $0{,}000\,000\,273\,2 =$ .....

2.09. $843 \cdot 10^4 =$ .....

2.10. $0{,}025 \cdot 10^{-3} =$ .....

2.11. $0{,}0064 \cdot 10^8 =$ .....

2.12. $-4967 \cdot 10^{-6} =$ .....

Schreibe folgende Gleitkommazahlen in konventioneller Form:

2.13. $2{,}5 \cdot 10^3 =$ .....

2.14. $6{,}7 \cdot 10^{-2} =$ .....

2.15. $-9{,}6 \cdot 10^8 =$ .....

2.16. $-2{,}9 \cdot 10^{-5} =$ .....

2.17. $49 \cdot 10^3 =$ .....

2.18. $0{,}21 \cdot 10^4 =$ .....

2.19. $6391 \cdot 10^{-6} =$ .....

2.20. $-0{,}055 \cdot 10^8 =$ .....

3. Grundrechnungen

a	○	○ steht hier für +, −, ×, :
b	=	a ○ b

ÜBUNGEN

Die Ergebnisse sind mit 2 Nachkommastellen anzugeben.

3.01. $8{,}12 + 9{,}13 =$ .....

3.02. $173{,}97 + 17{,}873 =$ .....

3.03. $16{,}43 - 19{,}275 =$ .....

3.04. $148{,}12 - 12{,}87 =$ .....

3.05. $14{,}697 \cdot 0{,}728 =$ .....

3.06. $1789{,}3 \cdot 17{,}82 =$ .....

3.07. $6405{,}16 : 16{,}72 =$ .....

3.08. $873{,}5 : \pi =$ .....

3.09. $8{,}5 + (-9{,}2) =$ .....

3.10. $(-17{,}21) + 12{,}19 =$ .....

3.11. $173{,}6 - (-19{,}7) =$ .....

3.12. $(-576{,}42) - (-214{,}16) =$ .....

3.13. $14{,}19 \cdot (-12{,}97) =$ .....

3.14. $(-0{,}234) \cdot 173{,}87 =$ .....

3.15. $63{,}97 : (-97{,}63) =$ .....

3.16. $(-193{,}12) : 11{,}87 =$ .....

4. Reihenfolge der Rechenoperationen

Der beschriebene Texas-Instruments-Rechner verwendet das **algebraische Operationssystem,** genannt **AOS.**

Dieses System verarbeitet die Zahlen so, wie es in allen Schulen gelehrt wird.

Wir haben 5 Operationsstufen:

Stufe 1: Sonderfunktionen
Stufe 2: Potenzen (y^x) und Wurzeln ($\sqrt[x]{y}$)
Stufe 3: Multiplikation und Division
Stufe 4: Addition und Subtraktion
Stufe 5: Gleichheitsanweisung

Zu 1: Das Argument x wird durch $f(x)$ ersetzt.

Operationen der Stufe n werden erst durchgeführt, wenn alle Operationen der Stufe 1 bis $n-1$ bereits durchgeführt sind.

Operationen mit gleicher Rangordnung werden in der Reihenfolge ihrer Eingabe durchgeführt.

Mit der Gleichheitsanweisung werden alle Operationen abgeschlossen.

BEISPIELE

Eingabe	Taste	Anzeige	Bemerkung
2	+	2.	Anweisung zur Addition 2 +
7	=	9.	Addition abgeschlossen
2	+	2.	
4	+	6.	Abschluß der Addition 2 + 4 Anweisung zur Addition (2 + 4) +
3	=	9.	Endresultat
2	×	2.	Anweisung zur Multiplikation 2 ×
3	+	6.	Multiplikation 2 · 3 abgeschlossen; Anweisung für (2 · 3) +
4	=	10.	Endresultat

1	+	1.	
2	×	2.	kein Zwischenresultat möglich
3	=	7.	zuerst Abschluß der Multiplikation, dann Abschluß der Addition

---

3	y^x	3.	
4	+	81.	Abschluß der Potenzierung 3^4; Speicherung von 3^4+
9	=	90.	Abschluß der Addition 3^4+9

5	+	5.	
4	×	4.	kein Abschluß möglich; $5+4\times$
2	y^x	2.	kein Abschluß möglich; 2 hoch
3	=	37.	Abschluß von 2^3, dann von $4\cdot 2^3$ und dann von $5+(4\cdot 2^3)$

Der TI-57 kann auch mit Klammern rechnen.

Der TI-57 akzeptiert 9 Klammerebenen mit bis zu 4 unvollständigen Operationen[1].

BEISPIEL

$2+3\,(5+1)^3-2=648$

2	+		2.	$2+$
3	×	(	3.	$3\times($
5	+		5.	$5+\ldots$
1	)	y^x	6.	$5+1=6$; 6 hoch ...
3	−		650.	$6^3=216$; $3\cdot 216=648$; $648+2=650$; $650-\ldots$
2	=		648.	$650-2=648$

[1] Höchstens 4 Operationen können zusammen mit den Daten im Rechner gespeichert und nicht sofort abgeschlossen werden.

5. Zusammengesetzte Grundrechnungen

Additionsketten

			Anzeige:
$a+b-c+\ldots$	a	+	a
	b	−	$a+b$
	c	+	$a+b-c$

Multiplikationsketten

$\frac{a \cdot b}{c \cdot d}$	a	×	a
	b	:	$a \cdot b$
	c	:	$\frac{a \cdot b}{c}$
	d	=	$\frac{a \cdot b}{c \cdot d}$

Summe von Produkten

Der Aufbau der Register ermöglicht die direkte Berechnung von Summen von Produkten ohne Benützung der Speicher.

			Anzeige:
$a \cdot b + c \cdot d$	a	×	a
	b	+	$a \cdot b$
	c	×	c
	d	=	$ab+cd$

Multiplikation einer Summe

					Anzeige:
$(a+b)\cdot c$	a	+		...[1]	a
	b	)	×		$a+b$
	c	=			$(a+b)c$
$(a-b):c$	a	−			a
	b	)	:		$a-b$
	c	=			$(a-b)/c$

Produkt von Summen

$(a+b)(c+d)$	a	+			a
	b	)	×	(	$a+b$
	c	+			c
	d	=		...[2]	$(a+b)(c+d)$
$(a+b)(c+d)(e-f)$					
	a	+			a
	b	)	×	(	$a+b$
	c	+			c
	d	)	×	(	$(a+b)(c+d)$
	e	−			e
	f	=		...[2]	$(a+b)(c+d)(e-f)$

[1] Auch [( ] a [+] kann getastet werden.

[2] Die fehlende rechte Klammer muß nicht gesetzt werden, denn [=] setzt alle zur Vervollständigung der Rechnung notwendigen Klammern und schließt alle Rechnungen ab.

BEISPIELE

1. $$\frac{111}{46{,}7-28{,}2}$$

111	:	(		
46.7	−			
28.2	=			6.

2. $$\frac{(3{,}18-0{,}63)(2{,}74+6{,}4)}{19(5{,}43-6{,}02+0{,}11)}$$

3.18	−			
.63	)	×	(	
2.74	+			
6.4	)	:		
19	:	(		
5.43	−			
6.02	+			
.11	=			−2.556

3. $$\frac{23{,}8+72{,}5}{403-\dfrac{2040}{1{,}14+2{,}77}}$$

23.8	+			
72.5	)	:	(	
403	−			
2040	:	(		
1.14	+			
2.77	=			−0.8110

ÜBUNGEN

5.01. $42{,}28 + 84{,}15 - 62{,}38 + 59{,}52 - 46{,}12 =$ .....

5.02. $0{,}3193 + 0{,}7801 + 0{,}4973 - 1{,}635 =$ .....

5.03. $0{,}966 \cdot 0{,}717 \cdot 5{,}086 \cdot (-0{,}0649) =$ .....

5.04. $514{,}6 \cdot 8{,}423 \cdot (-0{,}11) \cdot 11{,}91 \cdot (-6146) =$ .....

5.05. $\dfrac{7{,}7 \cdot 62{,}94}{10{,}42} =$ .....

5.06. $\dfrac{14{,}28 \cdot 10^{-4} \cdot 40{,}72}{7{,}813 \cdot 10^{5}} =$ .....

5.07. $\dfrac{2{,}12}{6{,}13 \cdot 8{,}7} =$ .....

5.08. $\dfrac{4630}{70{,}2 \cdot 3{,}91} =$ .....

5.09. $9{,}2 \cdot (-18{,}9) : (-6{,}17) =$ .....

5.10. $1000 : (635{,}9 \cdot 0{,}9397) =$ .....

5.11. $\dfrac{763 \cdot 5{,}37 \cdot 0{,}0673}{2\,150\,000 \cdot 0{,}000\,059} =$ .....

5.12. $\dfrac{0{,}004\,25 \cdot 33{,}4 \cdot 432}{1021 \cdot 0{,}789 \cdot 24{,}7} =$ .....

5.13. $(92{,}2 - 53{,}9) \cdot 4806 =$ .....

5.14. $47\,260 \cdot 0{,}0295 + 6691 =$ .....

5.15. $\dfrac{5{,}568 + 6{,}819}{5{,}988 \cdot 10^{-8}} =$ .....

5.16. $\dfrac{3{,}281}{33{,}05} - 0{,}5444 =$ .....

5.17. $1840 - 20{,}2 \cdot 28{,}4 =$ .....

5.18. $5{,}064 \cdot 10^{14}(77{,}65 + 9{,}965) =$ .....

5.19. $7{,}532 - \dfrac{96{,}9 \cdot 58{,}37}{616{,}2} =$ .....

5.20. $\dfrac{2{,}165 \cdot 10^{5}}{632{,}2 - 468{,}9 + 559{,}8} =$ .....

5.21. $2{,}569 \cdot 77{,}62 - \dfrac{716{,}6}{99{,}65} + 1{,}62 \cdot 5{,}194 \cdot 0{,}89 =$ .....

5.22. $\dfrac{4566 - 6104}{(0{,}4181 + 0{,}4067)\,(0{,}0426 - 0{,}8799)} =$ .....

5.23. $41{,}61 - 6{,}03\left(7{,}593 + \dfrac{73{,}82}{6{,}869}\right) =$ .....

5.24. $7{,}656 \cdot 10^{5}\left(5{,}61 + \dfrac{484}{1210 - 2005}\right) =$ .....

5.25. $8647 : [4873 + 18\,(2{,}37 - 56{,}01)] =$ .....

5.26. $16{,}38 - \dfrac{0{,}923}{0{,}126 - \dfrac{5637}{6824}} =$ .....

5.27. $\dfrac{8{,}345 \cdot 10^{-12}}{9{,}66 \cdot 10^{5} + \dfrac{6{,}61 \cdot 10^{4}}{8{,}5 \cdot 10^{-3} - 9{,}09 \cdot 10^{-2}}} =$ .....

6. Funktionen in einer Variablen

Das Drücken der Funktionstaste bewirkt die Berechnung des Funktionswerts der angezeigten Zahl.

Alle anderen Speicher bleiben unverändert.

Beachte: Bei den Beispielen und Übungen dieses Abschnitts geben wir jeweils 4 geltende Ziffern an!

6.1. Kehrwert $1/x$

BEISPIELE

1.	$1 : 495{,}87$	**495.87**	$1/x$			**0.002017**
2.	$1 : 5{,}13 \cdot 10^{-7}$	**5.13**	EE	+/−		
		7	$1/x$			**1.949 06**
3.	$5{,}12 + \frac{1}{23{,}95}$	**5.12**	+			
		23.95	$1/x$	=		**5.162**
4.	$\frac{1}{\frac{1}{18{,}5} + \frac{1}{53{,}9}}$	**18.5**	$1/x$	+		
		53.9	$1/x$	=	$1/x$	**13.77**

ÜBUNGEN

6.01. $1/6{,}092$ .....

6.02. $1/0{,}001\,942$ .....

6.03. $1/(16{,}32 \cdot 10^{-3})$ .....

6.04. $1/(3{,}1967 \cdot 10^{5})$ .....

6.05. $\frac{1}{46{,}2} - \frac{1}{50{,}9} + \frac{1}{72{,}8} - \frac{1}{11{,}5}$ .....

6.06. $\frac{1}{x} = \frac{1}{6{,}17} - \frac{1}{8{,}12} + \frac{1}{9{,}32} - \frac{1}{3{,}12}$ $x =$ .....

6.07. $\frac{1}{y} = \frac{1}{1732} + \frac{1}{1912} + \frac{1}{1617} + \frac{1}{1238}$ $y =$ .....

6.08. $\frac{1}{R} = \frac{1}{5{,}2 \cdot 10^{6}} + \frac{1}{12{,}3 \cdot 10^{6}}$ $R =$ .....

6.2. Quadratzahl x^2

BEISPIELE

1.	$0{,}083^2$	.083	x^2		0.006889
2.	$1 : 3{,}81^2$	3.81	x^2	$1/x$	0.06889
3.	$5 + 0{,}91^2$	5	+		
		.91	x^2	=	5.828
4.	$17{,}2^2 : 0{,}18^2$	17.2	:		
		.18	=	x^2	9131.
5.	$3{,}495^4$	3.495	x^2	x^2	149.2

ÜBUNGEN

6.09. $1{,}763^2 =$ .....

6.10. $0{,}743^2 =$ .....

6.11. $(4{,}16 \cdot 10^{-4})^2 =$ .....

6.12. $(2{,}11 \cdot 10^{13})^2 =$ .....

6.13. $39{,}17 + 6{,}03^2 =$ .....

6.14. $2{,}18 - 0{,}92^2 =$ .....

6.15. $17{,}8^2 \cdot 63{,}92 =$ .....

6.16. $8{,}34 : 4{,}32^2 =$ .....

6.17. $16{,}3^2 + 8{,}2^2 =$ .....

6.18. $19{,}35^2 : 7{,}32^2 =$ .....

6.19. $(6{,}38 \cdot 0{,}192)^4 =$ .....

6.20. $12{,}3 + (37{,}2 - 8{,}37)^2 =$ .....

6.3. Quadratwurzel $\sqrt{x}$

BEISPIELE

1.	$\sqrt{0{,}8926}$	.8926	$\sqrt{x}$			0.9448
2.	$1 : \sqrt{219{,}2}$	219.2	$\sqrt{x}$	$1/x$		0.06754
3.	$6{,}92 - \sqrt{54{,}3}$	6.92	$-$			
		54.3	$\sqrt{x}$	$=$		−0.4489
4.	$\sqrt{12{,}5^2 + 6{,}9^2}$	12.5	x^2	$+$		
		6.9	x^2	$=$	$\sqrt{x}$	14.28
5.	$\sqrt[8]{0{,}1}$	.1	$\sqrt{x}$	$\sqrt{x}$	$\sqrt{x}$	0.7499

ÜBUNGEN

6.21. $\sqrt{0{,}008\,52} =$ .....

6.22. $\sqrt{193\,816} =$ .....

6.23. $\sqrt[4]{0{,}1985} =$ .....

6.24. $\sqrt[16]{309{,}17} =$ .....

6.25. $16{,}7 + \sqrt{412{,}3} =$ .....

6.26. $9{,}82 - \sqrt{193{,}5} =$ .....

6.27. $8{,}12 \cdot \sqrt{91{,}8} =$ .....

6.28. $3{,}19^2 : \sqrt{34{,}7} =$ .....

6.29. $\sqrt{14{,}3 + 2{,}12} =$ .....

6.30. $\sqrt{173{,}2 : 9{,}17} =$ .....

6.31. $\sqrt{16{,}72} : \sqrt{2{,}167} =$ .....

6.32. $\sqrt{19{,}85} - \sqrt{85{,}19} =$ .....

6.33. $\sqrt{46{,}1^2 + 17{,}2^2} =$ .....

6.34. $\sqrt{9{,}17 - 3{,}18 \cdot \sqrt{0{,}34}} =$ .....

6.35. $1 : \sqrt{212{,}3} =$ .....

6.36. $1 : \sqrt[4]{\pi} =$ .....

6.4. Kreiszahl π

BEISPIELE

1.	$3{,}76\pi$	3.76	×	*π	=		11.81
2.	$19{,}8^2 \cdot \pi$	19.8	x^2	×	*π	=	1232.
3.	$\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{12{,}3}{9{,}81}}$	12.3	:				
		9.81	=	$\sqrt{x}$	:		
		2	:	*π	=		0.1782

ÜBUNGEN

6.37. $13{,}7^2\pi =$ .....

6.38. $0{,}182^2\frac{\pi}{4} =$ .....

6.39. $17{,}8\pi =$ .....

6.40. $397{,}2 : \pi =$ .....

6.41. $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{19{,}4}{87{,}5}} =$ .....

6.42. $\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{0{,}081}{0{,}92^2}} =$ .....

6.43. $4\pi \cdot 10^{-7} =$ .....

6.44. $\frac{95{,}08}{4\pi \cdot 3{,}15^2} =$ .....

Berechne den *Flächeninhalt* des Kreises.

6.45. $r = 9{,}4$ m $\quad A =$ .....

6.46. $r = 0{,}82$ m $\quad A =$ .....

6.47. $d = 3{,}92$ dm $\quad A =$ .....

6.48. $d = 152$ mm $\quad A =$ ..... cm^2

Berechne den *Rauminhalt* und die *Oberfläche* der Kugel.

$$V = \frac{4\pi}{3}r^3; \quad A_O = 4\pi r^2$$

6.49. $r = 4{,}3$ dm $\quad V =$ ..... $\quad A_O =$ .....

6.50. $d = 7{,}2$ cm $\quad V =$ ..... $\quad A_O =$ .....

Berechne den *Durchmesser* des Kreises.

6.51. $A = 17{,}2\ \text{cm}^2$ $\quad d =$ .....

6.52. $u = 49{,}5$ dm $\quad d =$ .....

Berechne die *Masse* des Rundstabs aus Stahl ($\varrho = 7{,}85\ \text{kg/dm}^3$).

6.53. $d = 15$ mm; $\quad l = 870$ mm $\quad m =$ ..... kg

6.54. $d = 35$ mm; $\quad l = 58$ cm $\quad m =$ ..... dag

6.5. Exponentialfunktion e^x

BEISPIELE

1.	$e^{-2,163}$	**2.163**	+/−	INV	ln x	**0.1150**
2.	$5 : e^{0,724}$	**5**	:			
		.724	INV	ln x	=	**2.424**
3.	$\ln x = -1,234$ ($x = e^{-1,234}$)	**1.234**	+/−	INV	ln x	**0.2911**

ÜBUNGEN

6.55. $e =$ .....

6.56. $e^{0,832} =$ .....

6.57. $e^{-1,12} =$ .....

6.58. $e^{-0,195} =$ .....

6.59. $3,8 \cdot e^{3,4} =$ .....

6.60. $e^{-3,12} : 0,085 =$ .....

6.61. $3,19 + e^{0,872} =$ .....

6.62. $-e^{-1,23} + 1,23 =$ .....

6.63. $e^{3,12 \cdot 6,18} =$ .....

6.64. $e^{-1,23^2} =$ .....

6.65. Bei logarithmischen Spiralen gilt: $A = \frac{C^2}{4a}(e^{2a\varphi_2} - e^{2a\varphi_1})$

Berechne A, wenn $\varphi_1 = 0$, $\varphi_2 = 2\pi$, $a = 0,25$ und $C = 1,5$ ist.

6.66. Ein Lederriemen umschlingt eine Stahlscheibe. Der Umschlingungswinkel beträgt 160°. Wie groß muß bei $\mu = 0,28$ eine Kraft S_2 sein, um ein Gewicht $S_1 = 1500$ N gleichförmig zu heben?

Es gilt: $S_2 = S_1\, e^{\mu \cdot \operatorname{arc}\alpha}$ $\quad (\operatorname{arc}\alpha = \widehat{\alpha})$

6.6. Exponentialfunktion 10^x

BEISPIELE

1.	$10^{-2,164}$	**2.164**	+/−	INV	*log	**0.006855**
2.	$10^{0,27} : 13,92$	**.27**	INV	*log	:	
		13.92	=			**0.1338**
3.	$\lg x = 0,345 - 2$ $(x = 10^{0,345-2})$	**.345**	−			
		2	=	INV	*log	**0.02213**

ÜBUNGEN

6.67. $10^{-3,175} =$ .....

6.68. $10^{4,152} =$ .....

6.69. $\lg x = -8,172$
$x =$ .....

6.70. $\lg x = 3,1987$
$x =$ .....

6.71. $6,74 \cdot 10^{2,128} =$ .....

6.72. $19,8^2 : 10^{-1,276} =$ .....

6.73. $5,13 - 10^{0,827} =$ .....

6.74. $\sqrt{8,92} - 5 \cdot 10^{-0,923} =$ .....

6.75. $10^{2,9-3 \cdot 0,875} =$

6.76. $3,2 \cdot e^{4,32} - \sqrt{5,76} \cdot 10^{1,819} =$ .....

6.7. Natürlicher Logarithmus $\ln x$

Argument: $x > 0$

Es gilt: $\log_a x = \dfrac{\ln x}{\ln a}$

BEISPIELE

1.	$\ln 6{,}195$	**6.195**	$\ln x$		**1.824**
2.	$17{,}2 \cdot \ln 4{,}32$	**17.2**	×		
		4.32	$\ln x$	=	**25.17**
3.	$6{,}4^2 \cdot \ln 15{,}2 - 3{,}6 \cdot \ln 0{,}32$	**6.4**	x^2	×	
		15.2	$\ln x$	−	
		3.6	×		
		.32	$\ln x$	=	**115.6**
4.	$\log_2 412{,}5$	**412.5**	$\ln x$	:	
		2	$\ln x$	=	**8.688**
5.	$16{,}52^x = 9{,}825$	**9.825**	$\ln x$	:	
	$x = \dfrac{\ln 9{,}825}{\ln 16{,}52}$	**16.52**	$\ln x$	=	**0.8147**

ÜBUNGEN

6.77. $\ln 418 =$ .....

6.78. $\log_5 1{,}596 =$ .....

6.79. $\ln 0{,}0891 =$ .....

6.80. $\log_4 0{,}1 =$ .....

6.81. $6{,}9 + 5 \ln 1{,}23 =$ .....

6.82. $\ln 19{,}3 - \dfrac{6{,}7}{\ln 0{,}82} =$ .....

6.83. $\ln \dfrac{46{,}9}{6{,}8 - 0{,}92} =$ .....

6.84. $\ln \sqrt{\dfrac{32{,}7}{1 - e^{-0{,}22}}} =$ .....

6.85. $2{,}873^x = 0{,}841$ $\quad x =$ .....

6.86. $8^{x-0{,}16} = 45{,}3$ $\quad x =$ .....

6.87. $C = \dfrac{\pi \varepsilon_0 \varepsilon_r}{\ln \dfrac{a}{r}} \cdot l$

Berechne die Kapazität C für

$\varepsilon_r = 1{,}008 \qquad l = 530$ cm

$\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ F/m

$a = 32$ cm $\qquad r = 0{,}8$ cm

6.88. $f = \dfrac{1}{RC \ln \dfrac{U - U_L}{U - U_z}}$

Berechne die Kippfrequenz f für

$R = 20\ \Omega \qquad C = 0{,}2\ \mu$F

$U = 200$ V $\qquad U_z = 90$ V $\qquad U_L = 70$ V

6.89. Wie viele Sekunden nach dem Einschalten erreicht der Strom in einer Spule mit $R = 25\ \Omega$ und $L = 1{,}5$ H die Hälfte seines Endwerts?

Es gelten die Beziehungen: $i = I(1 - e^{-t/T})$; $\quad T = \dfrac{L}{R}$

6.90. Die barometrische Höhenformel lautet:

$p = p_0 e^{-0{,}0001251h}$ $\qquad h$ ... Höhe in m

Bei welcher Höhe beträgt der Luftdruck 30% von p_0?

6.8. Zehnerlogarithmus $\lg x$

Argument: $x > 0$

Es gilt: $\log_a x = \dfrac{\lg x}{\lg a}$

BEISPIELE

1.	$\lg 782{,}3$	782.3	✱log		2.893
2.	$4{,}16 \cdot \lg 0{,}76$	4.16	×		
		.76	✱log	=	−0.4958
3.	$\log_6 413$	413	✱log	:	
		6	✱log	=	3.362
4.	$5^{\lg x} = 9$	9	✱log	:	
	$\lg x = \dfrac{\lg 9}{\lg 5}$	5	✱log	=	
	$x = 10^{\frac{\lg 9}{\lg 5}}$		INV	✱log	23.19

ÜBUNGEN

6.91. $\lg 43{,}19 =$ .....

6.92. $\lg 0{,}0892 =$ .....

6.93. $\log_5 1{,}596 =$ .....

6.94. $\log_4 0{,}1 =$ .....

6.95. $\lg 4{,}19 \cdot 3{,}17 =$ .....

6.96. $\lg 2{,}17^2 \cdot \sqrt{9{,}85} =$ .....

6.97. $\lg x = 0{,}7853 - 2$

$x =$ .....

6.98. $\log_7 y = 0{,}681 - 3$

$y =$ .....

6.99. $2^{\lg 1{,}5\, x} = 3{,}6$

$x =$ .....

6.100. $\alpha = (1 + 0{,}345 \cdot \lg 3400)\, 0{,}82^4$

$\alpha =$ .....

6.9. Kreisfunktionen

Winkel können in	Betriebszustand
dezimalunterteilten Altgraden (1 ∟ = 90°)	**D**
Radianten $\left(1 \llcorner = \frac{\pi}{2}\ \text{rad}\right)$	**R**
Neugraden (1 ∟ = 100^g)	**G**

verarbeitet werden.

Wahlmöglichkeiten:

✱Deg	Umschaltung auf den Betriebszustand **D**
✱Grad	Umschaltung auf den Betriebszustand **G**
✱Rad	Umschaltung auf den Betriebszustand **R**

Beim Einschalten ist der Rechner immer auf **D** geschaltet.

BEISPIELE

Betriebszustand D

1.	sin 30°	**30**	✱sin		**0.5**
2.	cos 162,8°	**162.8**	✱cos		**−0.9553**
3.	tan 312,9°	**312.9**	✱tan		**−1.076**

Zur Berechnung des **Kotangens** verwendet man die Beziehung:

$$\cot x = \frac{1}{\tan x} \qquad (x \neq n \cdot 180°)$$

4.	cot 17°	**17**	✱tan	1/x	**3.271**
5.	cot 270,2°	**270.2**	✱tan	1/x	**−0.003491**

Betriebszustand R

6.	sin 0,8	**.8**	✱ sin		**0.7174**
7.	cos 1,12	**1.12**	✱ cos		**0.4357**
8.	tan (−0,87)	**.87**	+/−	✱ tan	**−1.185**
9.	cot 1,81	**1.81**	✱ tan	1/x	**−0.2439**

Betriebszustand G

10.	sin 82,51^g	**82.51**	✱ sin		**0.9625**
11.	cos 212,8^g	**212.8**	✱ cos		**−0.9799**
12.	tan 372,5^g	**372.5**	✱ tan		**−0.4610**
13.	cot 122,3^g	**122.3**	✱ tan	1/x	**−0.3654**

ÜBUNGEN

6.101. sin 6,9° = ...

6.102. sin 217,6° .....

6.103. cos 87,5° = ...

6.104. cos 265,9° = ...

6.105. tan 39,4° = ...

6.106. tan 350,2° = ...

6.107. cot 83,6° = ...

6.108. cot 217,8° = ...

6.109. sin 0,423 = ...

6.110. sin (−0,329) = ...

6.111. cos 0,871 = ...

6.112. cos 18,4 = ...

6.113. tan 0,172 = ...

6.114. tan 3,192 = ...

6.115. cot 1,729 = ...

6.616. cot 28,19 = ...

6.117. 5,3 sin 24,5° = ...

6.118. 2,8 sin^2 0,842 = ...

6.119. $\sqrt{6{,}92} - 3{,}8 \tan 1{,}28 =$ .....

6.120. $9{,}5 \sin(2{,}8 \cdot 4{,}2 + 0{,}72) =$ .....

6.10. Arkusfunktionen

BEISPIELE

Betriebszustand D

1. arcsin 0,14	.14	INV	∗sin			8.048
2. arccos (−0,928)	.928	+/−	INV	∗cos		158.1
3. arctan 5,23	5.23	INV	∗tan			79.18
4. arccot (−2,17)	2.17	+/−	1/x	INV	∗tan	−24.74

Betriebszustand R

5. arcsin 0,14	.14	INV	∗sin			0.1405
6. arccos (−0,928)	.928	+/−	INV	∗cos		2.760
7. arctan 5,23	5.23	INV	∗tan			1.382
8. arccot (−2,17)	2.17	+/−	1/x	INV	∗tan	−0.4318

Betriebszustand G

9. arcsin 0,14	.14	INV	∗sin			8.942
10. arccos (−0,928)	.928	+/−	INV	∗cos		175.7
11. arctan 5,23	5.23	INV	∗tan			87.97
12. arccot (−2,17)	2.17	+/−	1/x	INV	∗tan	−27.49

ÜBUNGEN	Altgrad	Radiant
6.121. arcsin 0,17 =	.....	.....
6.122. arcsin $1{,}2 \cdot 10^{-4}$ =	.....	.....
6.123. arcsin (−0,9972) =	.....	.....
6.124. arccos 0,24 =	.....	.....
6.125. arccos $(5{,}7 \cdot 10^{-4})$ =	.....	.....

6.126. arccos $(-0{,}845) =$ ....

6.127. arctan $19{,}83 =$ ....

6.128. arctan $(-184{,}5) =$ ....

6.129. arccot $2{,}483 =$ ....

6.130. arccot $(3{,}12 \cdot 10^{-3}) =$ ....

Mit Hilfe der Kreisfunktionstasten können auch Winkelgrößen $\alpha \in [-\measuredangle, \measuredangle]$ (ohne Einfluß auf Speicherregister oder unvollständige Operationen) von einem System in ein anderes umgerechnet werden.

$\alpha^\circ \rightarrow \widehat{\alpha}$:	α°	✳Deg	✳sin	✳Rad	INV	✳sin	$\widehat{\alpha}$
$\alpha^\circ \rightarrow \alpha^g$:	α°	✳Deg	✳sin	✳Grad	INV	✳sin	α^g
$\widehat{\alpha} \rightarrow \alpha^\circ$:	$\widehat{\alpha}$	✳Rad	✳sin	✳Deg	INV	✳sin	α°
$\widehat{\alpha} \rightarrow \alpha^g$:	$\widehat{\alpha}$	✳Rad	✳sin	✳Grad	INV	✳sin	α^g
$\alpha^g \rightarrow \alpha^\circ$:	α^g	✳Grad	✳sin	✳Deg	INV	✳sin	α°
$\alpha^g \rightarrow \widehat{\alpha}$:	α^g	✳Grad	✳sin	✳Rad	INV	✳sin	$\widehat{\alpha}$

6.11. Absolutwertfunktion $|x|$

[* |x|] berechnet $|x| = \begin{cases} x & \text{für } x > 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \\ -x & \text{für } x < 0 \end{cases}$

BEISPIELE

1.	9.8	* |x|			9.8
2.	0	* |x|			0.
3.	9.8	+/−	* |x|		9.8

6.12. Integerfunktion Int

[*Int] erzeugt den ganzzahligen Teil der angezeigten Zahl.

BEISPIELE

1.	2.5	+/−	*Int		−2.
2.	123.78	EE	=		1.2378 02
		*Int			1.23 02

[INV] [*Int] löscht den ganzzahligen Teil der angezeigten Zahl, erzeugt somit den Bruchteil der angezeigten Zahl.

BEISPIELE

1.	2.5	+/−	INV	*Int	−0.5
2.	123.78	EE	=		1.2378 02
		INV	*Int		7.8—01

7. Potenzfunktion y^x und Wurzelfunktion $\sqrt[x]{y}$

$\boxed{y^x}$ berechnet $y^x = \begin{cases} \exp(x \cdot \ln y) & \text{für } y > 0 \\ 0 & \text{für } y = 0 \wedge x > 0 \\ 1 & \text{für } y = 0 \wedge x = 0 \end{cases}$

$\boxed{\text{INV}}$ $\boxed{y^x}$ berechnet $\sqrt[x]{y} = \begin{cases} \exp\left(\dfrac{\ln y}{x}\right) & \text{für } y > 0 \wedge x \neq 0 \\ 0 & \text{für } y = 0 \wedge x > 0 \end{cases}$

BEISPIELE

1.	$13{,}2^5$	**13.2**	$\boxed{y^x}$	
		5	$\boxed{=}$	**400746.42**
2.	$3 + 5^3$	**3**	$\boxed{+}$	
		5	$\boxed{y^x}$	
		3	$\boxed{=}$	**128.**
3.	$4 \cdot 5^3$	**4**	$\boxed{\times}$	**4.**
		5	$\boxed{y^x}$	**5.**
		3	$\boxed{=}$	**500.**
4.	$5 - \sqrt[3]{2}$	**5**	$\boxed{-}$	
		2	$\boxed{\text{INV}}$ $\boxed{y^x}$	
		3	$\boxed{=}$	**3.7401**

5.	$4^5 \cdot \sqrt[6]{7}$	4	y^x		
		5	×		
		7	INV	y^x	
		6	=		1416.3
6.	$3 \cdot 2^5 - 7 \cdot \sqrt[3]{6}$	3	×		
		2	y^x		
		5	−		
		7	×		
		6	INV	y^x	
		3	=		83.28

ÜBUNGEN

7.01. $6{,}83^5 =$ .....

7.02. $16{,}8^4 =$ .....

7.03. $0{,}091^3 =$ .....

7.04. $291{,}5^3 =$ .....

7.05. $16{,}72^{3{,}4} =$ .....

7.06. $172{,}9^{1{,}4} =$ .....

7.07. $7{,}82^{0{,}75} =$ .....

7.08. $3524^{0{,}12} =$ .....

7.09. $6{,}54 \cdot 91{,}2^{0{,}4} =$ .....

7.10. $17{,}3 : 3{,}2^{4{,}2} =$ .....

7.11. $\sqrt[5]{0{,}072} =$ .....

7.12. $\sqrt[4]{185{,}34} =$ .....

7.13. $\sqrt[3]{724{,}8} =$ .....

7.14. $\sqrt[3]{0{,}1} =$ .....

7.15. $6{,}2^3 \cdot 4{,}5^4 =$ .....

7.16. $9{,}8^5 : 3{,}4^4 =$ .....

7.17. $37{,}9 \cdot \sqrt[3]{102{,}8} =$ .....

7.18. $\sqrt[3]{0{,}0845} : 6{,}19 =$ .....

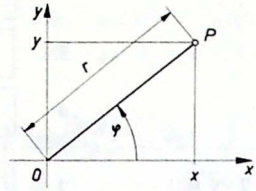
7.19. $\sqrt[3]{3} \cdot \sqrt[5]{4} =$ .....

7.20. $\dfrac{6{,}91 \cdot 7{,}22^{2{,}8}}{\sqrt[3]{22{,}1} - \sqrt{1{,}15}} =$ .....

8. Weitere eingebaute Funktionen

8.1. Polarkoordinaten

P → R: (φ; r) → (x; y)



$x = r\cos\varphi$

$y = r\sin\varphi = x\tan\varphi$

R → P: (x; y) → (φ; r)

$r = \sqrt{x^2 + y^2} = \dfrac{x}{\cos\varphi}$ $\qquad -\measuredangle \leqq \varphi \leqq \measuredangle$

$\varphi = \arctan y/x$ für $x > 0$ $\qquad \varphi = \measuredangle$ für $x = 0$ und $y > 0$

$\varphi = \arctan y/x + 2 \cdot \measuredangle$ für $x < 0$ $\qquad \varphi = -\measuredangle$ für $x = 0$ und $y < 0$

Wir können diese Umrechnungen mit Hilfe der Umwandlungstaste [∗P → R] durchführen, wobei auf den Winkelmodus und die Belegung von R_7 zu achten ist! ...[1]

P → R: r [x↔t]

φ [∗P → R] $\qquad y$ [x↔t] $\qquad x$

R → P: x [x↔t]

y [INV] [∗P → R] $\qquad \varphi$ [x↔t] $\qquad r$

Beachte: Wir erhalten Polwinkel in folgendem Bereich:

$-90° \leqq \varphi < 270°$ Betriebszustand **D**

$-100^g \leqq \varphi < 300^g$ Betriebszustand **G**

$-\dfrac{\pi}{2} \leqq \varphi < \dfrac{3\pi}{2}$ Betriebszustand **R**

---

[1] *Beachte:* $(0; 0) \rightarrow \left(\dfrac{\pi}{4}; 0\right)$

BEISPIELE

1.	$\varphi = 60°$;	$r = 10$	$x = 5$;	$y = 8{,}66$
2.	$\varphi = 120°$;	$r = 10$	$x = -5$;	$y = 8{,}66$
3.	$x = 5$;	$y = 10$	$\varphi = 63{,}43°$;	$r = 11{,}18$
4.	$x = -2$;	$y = 6$	$\varphi = 108{,}43°$;	$r = 6{,}325$
5.	$x = -3$;	$y = -12$	$\varphi = 255{,}96°$;	$r = 12{,}37$
6.	$x = 4$;	$y = -7$	$\varphi = -60{,}26°$;	$r = 8{,}062$
7.	$\varphi = 0{,}34$;	$r = 8$	$x = 7{,}542$;	$y = 2{,}668$
8.	$\varphi = 5{,}13$;	$r = 3$	$x = 1{,}217$;	$y = -2{,}742$
9.	$x = 12{,}7$;	$y = 7{,}12$	$\varphi = 0{,}511$ rad;	$r = 14{,}56$

ÜBUNGEN

8.01.	$\varphi = 46{,}5°$;	$r = 19{,}5$	$x =$	$y =$ .....
8.02.	$\varphi = 23{,}7°$;	$r = 4{,}2$	$x =$	$y =$ .....
8.03.	$\varphi = 312°$;	$r = 12{,}7$	$x =$	$y =$ .....
8.04.	$\varphi = 162{,}8°$;	$r = 47{,}5$	$x =$	$y =$ .....
8.05.	$\varphi = 217{,}9°$;	$r = 8{,}52$	$x =$	$y =$ .....
8.06.	$x = 19{,}4$;	$y = 13{,}7$	$\varphi =$ ..... °	$r =$ .....
8.07.	$x = 7{,}83$;	$y = -12{,}1$	$\varphi =$ ..... °	$r =$ .....
8.08.	$x = -9{,}12$;	$y = 24{,}7$	$\varphi =$ ..... °	$r =$ .....
8.09.	$x = -3{,}12$;	$y = -12{,}3$	$\varphi =$ ..... °	$r =$ .....
8.10.	$x = 3{,}9$;	$y = 8{,}6$	$\varphi =$ ..... rad	$r =$ .....
8.11.	$x = -6{,}7$;	$y = -7{,}6$	$\varphi =$ ..... rad	$r =$ .....
8.12.	$x = 9{,}3$;	$y = -6{,}1$	$\varphi =$ ..... rad	$r =$ .....
8.13.	$\varphi = 2{,}81$;	$r = 8{,}31$	$x =$	$y =$ .....
8.14.	$\varphi = 1{,}34$;	$r = 1{,}34$	$x =$	$y =$ .....
8.15.	$\varphi = 3{,}08$;	$r = 12{,}9$	$x =$	$y =$ .....

8.2. Statistische Maßzahlen

	x-Feld	t-Feld
Mittelwert	$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$	$\bar{t} = \frac{\sum t_i}{n}$
Varianz σ^2 (mit n-Wichtung)	$\sigma_x^2 = \frac{1}{n}[\sum x_i^2 - (\sum x_i)^2/n]$	$\sigma_t^2 = \frac{1}{n}[\sum t_i^2 - (\sum t_i)^2/n]$
Standardabweichung σ (mit n-Wichtung)	$\sigma_x = \sqrt{\sigma_x^2}$	$\sigma_t = \sqrt{\sigma_t^2}$
Varianz s^2 (mit $(n-1)$-Wichtung)	$s_x^2 = \frac{n}{n-1} \cdot \sigma_x^2$	$s_t^2 = \frac{n}{n-1} \cdot \sigma_t^2$
Standardabweichung s (mit $(n-1)$-Wichtung)	$s_x = \sqrt{s_x^2}$	$s_t = \sqrt{s_t^2}$

Beachte: σ^2 verwendet man zur Analyse von Grundgesamtheiten.
s verwendet man zur Analyse von Stichproben.

Während der statistischen Berechnungen werden folgende Belegungen vorgenommen:

R_0	R_1	R_2	R_3	R_4	R_5	R_6	R_7
n	$\sum x_i$	$\sum x_i^2$	$\sum t_i$	$\sum t_i^2$	$\sum x_i t_i$	leer	$t_n + 1$

Beachte: Vor Beginn der Rechnung müssen die Speicher gelöscht werden, z. B. durch [INV] [*C · t].

n, die Anzahl der eingegebenen Daten, wird im X-Register angezeigt. Zu jedem Zeitpunkt der Dateneingabe können Mittelwert und Standardabweichung ohne Beeinflussung der bisher gespeicherten Daten abgerufen werden. Danach kann die Dateneingabe fortgesetzt werden.

---

[1] $\sum x_i$ steht für $\sum_{i=1}^{n} x_i = x_1 + x_2 + \ldots + x_n$ usw.

Analyse eines Datenfeldes

	INV	∗C · t	
x_i	∗Σ+	i	$i = 1, 2, \ldots, n$
	∗$\bar{x}$	$\bar{x}$	∗σ^2 σ^2

1) Berechnung von σ: $\sqrt{x}$ σ

oder

2) Berechnung von s:

	×	RCL 0	:	(	RCL 0	−
1	=	s^2	$\sqrt{x}$	s		

Analyse zweier Datenfelder

	INV	∗C · t	
t_i	$x \leftrightarrow t$		$i = 1, 2, \ldots, n$
x_i	∗Σ+	i	

∗$\bar{x}$	$\bar{x}$	∗σ^2	$\sigma_x{}^2$	→ 1) oder → 2)
INV	∗$\bar{x}$	$\bar{t}$	INV ∗σ^2	$\sigma_t{}^2$	→ 1) oder → 2)

Trendanalyse

Falls die t-Werte aufeinanderfolgende Zahlen t_1, t_1+1, t_1+2, ... sind, so rechnet man:

	INV	∗C · t	
t_1	$x \leftrightarrow t$		
x_1	∗Σ+		
x_i	∗Σ+	i	$i=2, 3, \ldots, n$

usw.

Korrektur irrtümlicher Eingabewerte

x_f	INV	t_f	$x \leftrightarrow t$			t_f, x_f ... falsche Werte
	∗Σ+	x_f	INV	∗Σ+		t_r, x_r ... richtige Werte
x_r	∗Σ+	t_r	$x \leftrightarrow t$			
		x_r	∗Σ+			

BEISPIELE

1. Gegeben: $x_1 = 1$; $x_2 = 3$; $x_3 = 5$
Gesucht: $\bar{x}$, s
Lösung: $\bar{x} = 3$; $s = 2$

2. Gegeben: $x_1 = 5$; $x_2 = 9$; $x_3 = 16$; $x_4 = 17{,}5$; $x_5 = 23{,}4$
Gesucht: $\bar{x}$, s
Lösung: $\bar{x} = 14{,}18$; $s = 7{,}25$

3. Gegeben:

t_i	1,2	2,0	2,4	2,6	3,0
x_i	4,2	4,1	4,0	3,9	3,7

Gesucht: $\bar{x}$, s_x, $\bar{t}$, s_t
Lösung: $\bar{x} = 3{,}980$; $s_x = 0{,}192$; $\bar{t} = 2{,}240$; $s_t = 0{,}684$

4. Gegeben:

t_i	1970	1971	1972	1973
x_i	8,4	7,7	7,6	7,2

Gesucht: $\bar{x}$, σ_x^2, s_x
Lösung: $\bar{x} = 7{,}725$; $\sigma_x^2 = 0{,}187$; $s_x = 0{,}499$

ÜBUNGEN

Berechne jeweils den Mittelwert $\bar{x}$ und die Standardabweichung s.

8.16. 8,6 8,4 8,1 8,4 8,3 8,2 8,5

8.17. 15,8 15,0 14,6 15,0 15,2 14,6 15,0 15,6

8.18.

x_j	134	136	138	140	142
f_j	2	4	8	5	1

f_j ... absolute Häufigkeit des Merkmals x_j

8.19.

x_j	$5{,}0 \cdot 10^{-6}$	$5{,}5 \cdot 10^{-6}$	$6{,}0 \cdot 10^{-6}$	$6{,}5 \cdot 10^{-6}$	$7{,}0 \cdot 10^{-6}$	$7{,}5 \cdot 10^{-6}$
f_j	1	2	4	7	5	2

9. Speicher

9.1. Grundbegriffe

Festwertspeicher (ROM; read only memory)

Sie werden zur Speicherung von Konstanten (z. B. π) und von Programmen (z. B.: $\sin x$) verwendet.

In einem ROM wird die zu speichernde Information dauerhaft während der Herstellung der Schaltung „eingeschrieben".

Schreib-Lese-Speicher (RAM; random access memory)

In diese Speicher können Informationen eingeschrieben und/oder aus ihnen „gelesen" werden.

RAMs werden (meistens) beim Abschalten der Stromversorgung gelöscht und müssen dann beim Wiedereinschalten neu belegt werden.

Register dienen zur Speicherung von Daten während der Rechenvorgänge.

Speicher, die

- ihren Inhalt so lange bereithalten, wie wir das wünschen,
- uns den Inhalt jederzeit auf Verlangen zur Verfügung stellen,

nennt man **adressierbare Speicher.**

Man benötigt adressierbare Speicher

- zur Speicherung von Eingabewerten, die in ein und derselben Rechnung mehrmals auftreten,
- zur Speicherung von Zwischenergebnissen einer Rechnung, wenn später wieder auf sie zurückgegriffen werden soll.

Der TI-57 hat 8 adressierbare Speicher, die wir im folgenden mit R_0 bis R_7 bezeichnen.

Der adressierbare Speicher R_7 wird als T-Register bezeichnet.

Beachte, daß bei einigen umfangreichen Berechnungen zusätzlicher Raum für die Verarbeitung benötigt wird:

R_7, wenn [$x \leftrightarrow t$] gedrückt wird;

bei der Umrechnung: rechtwinklige Koordinaten ↔ Polarkoordinaten.

R_6 und R_5, wenn mit 3 oder 4 unvollständigen Operationen gearbeitet wird.

R_0, R_1, R_2, R_3, R_4, R_5, R_7 bei Verwendung statistischer Funktionen.

R_0 bei Verwendung der Tastenfolge [2nd] [*Dsz], die im Abschnitt erklärt wird.

9.2. Speichertasten

Der TI-57 hat 8 adressierbare Speicher. Nach dem STO- bzw. RCL-Befehl muß daher die Speicheradresse n (0 bis 7) angegeben werden.

[STO] [n], kurz [STO n] geschrieben

Der im X-Register stehende Wert wird — ohne Beeinflussung des Rechengangs — in den Speicher n übertragen.

X behält seinen Wert, der vorige Inhalt des Speichers n geht verloren.

[RCL] [n], kurz [RCL n] geschrieben

Der im Speicher n stehende Wert wird in das X-Register gebracht.

Der Wert im Speicher bleibt erhalten, der übertragene Wert wird wie ein Eingabewert behandelt.

[SUM] [n], kurz [SUM n] geschrieben

Die angezeigte Zahl (der Inhalt des X-Registers) wird zum Inhalt des Speichers n addiert. Das Resultat wird im Speicher n gespeichert.

Dieser Befehl beeinflußt weder den Inhalt des X-Registers noch die laufenden Operationen.

[INV] [SUM] [n], kurz [INV] [SUM n] geschrieben

Subtrahiert die angezeigte Zahl, den Inhalt des Registers X, vom Inhalt des Speichers n. Das Resultat wird im Speicher n gespeichert.

Dieser Befehl beeinflußt weder den Inhalt des X-Registers noch die laufenden Operationen.

[2nd] [*Prd] [n], kurz [*Prd n] geschrieben

Der Inhalt des Speichers n wird mit der angezeigten Zahl — dem Inhalt des X-Registers — multipliziert. Das Resultat wird im Speicher n gespeichert.

Dieser Befehl beeinflußt weder den Inhalt des X-Registers noch die laufenden Operationen.

[INV] [2nd] [*Prd] [n], kurz [INV] [*Prd n] geschrieben

Dividiert den Inhalt des Speichers n durch die angezeigte Zahl, den Inhalt des Registers X. Das Resultat wird im Speicher n gespeichert.

Dieser Befehl beeinflußt weder den Inhalt des X-Registers noch die laufenden Operationen.

[2nd] [*Exc] [n], kurz [*Exc n] geschrieben

Durch diesen Austauschbefehl wird die angezeigte Zahl (der Inhalt des X-Registers) mit dem Inhalt des Speichers n vertauscht.

Laufende Operationen werden durch diesen Befehl nicht beeinflußt.

Beachte: [*Exc 7] entspricht [$x \leftrightarrow t$]

[INV] [2nd] [C · t], kurz [INV] [* C · t] geschrieben

Mit diesem Befehl werden alle 8 Speicher gelöscht, aber auch das Anzeigeregister.

10. Lösungen zu den Übungen

2.01. $1{,}245 \cdot 10^{2}$	**2.02.** $1{,}7 \cdot 10^{-1}$	**2.03.** $3{,}0070 \cdot 10^{4}$	**2.04.** $-5{,}1 \cdot 10^{6}$
2.05. $8{,}143 \cdot 10^{-4}$	**2.06.** $-5{,}185 \cdot 10^{0}$	**2.07.** $-3{,}592 \cdot 10^{10}$	**2.08.** $2{,}732 \cdot 10^{-7}$
2.09. $8{,}43 \cdot 10^{6}$	**2.10.** $2{,}5 \cdot 10^{-5}$	**2.11.** $6{,}4 \cdot 10^{5}$	**2.12.** $-4{,}967 \cdot 10^{-3}$
2.13. 2500	**2.14.** 0,067	**2.15.** −960 000 000	**2.16.** −0,000 029
2.17. 49 000	**2.18.** 2100	**2.19.** 0,006 391	**2.20.** −5 500 000

3.01. 17,25	**3.02.** 191,84	**3.03.** −2,85	**3.04.** 135,25
3.05. 10,70	**3.06.** 31 885,33	**3.07.** 383,08	**3.08.** 278,04
3.09. −0,70	**3.10.** −5,02	**3.11.** 193,30	**3.12.** −362,26
3.13. −184,04	**3.14.** −40,69	**3.15.** −0,66	**3.16.** −16,27

5.01. 77,45	**5.02.** −0,038 30	**5.03.** −0,2286
5.04. $3{,}490 \cdot 10^{7}$	**5.05.** 46,51	**5.06.** $7{,}442 \cdot 10^{-8}$
5.07. $3{,}975 \cdot 10^{-2}$	**5.08.** 16,87	**5.09.** 28,18
5.10. 1,673	**5.11.** 2,174	**5.12.** $3{,}082 \cdot 10^{-3}$
5.13. $1{,}841 \cdot 10^{5}$	**5.14.** 8085	**5.15.** $2{,}069 \cdot 10^{8}$
5.16. −0,4451	**5.17.** 1266	**5.18.** $4{,}437 \cdot 10^{16}$
5.19. −1,647	**5.20.** 299,4	**5.21.** 199,7
5.22. 2227	**5.23.** −68,98	**5.24.** $3{,}829 \cdot 10^{6}$
5.25. 2,213	**5.26.** 17,70	**5.27.** $5{,}094 \cdot 10^{-17}$

6.01. 0,1641	**6.02.** 514,9	**6.03.** 61,27	**6.04.** $3{,}128 \cdot 10^{-6}$
6.05. −0,071 22	**6.06.** −5,737	**6.07.** 395,8	**6.08.** $3{,}655 \cdot 10^{6}$
6.09. 3,108	**6.10.** 0,5520	**6.11.** $1{,}731 \cdot 10^{-7}$	**6.12.** $4{,}452 \cdot 10^{26}$
6.13. 75,53	**6.14.** 1,334	**6.15.** $2{,}025 \cdot 10^{4}$	**6.16.** 0,4469
6.17. 332,9	**6.18.** 6,988	**6.19.** 2,252	**6.20.** 843,5
6.21. 0,092 30	**6.22.** 440,2	**6.23.** 0,6675	**6.24.** 1,431
6.25. 37,01	**6.26.** −4,090	**6.27.** 77,80	**6.28.** 1,727
6.29. 4,052	**6.30.** 4,346	**6.31.** 2,778	**6.32.** −4,775
6.33. 49,20	**6.34.** 2,705	**6.35.** 0,068 63	**6.36.** 0,7511

6.37. 589,6	**6.38.** 0,026 02	**6.39.** 55,92	**6.40.** 126,4
6.41. 0,074 94	**6.42.** 0,049 24	**6.43.** $1{,}257 \cdot 10^{-6}$	**6.44.** 0,7625
6.45. 277,6 m^2	**6.46.** 2,112 m^2	**6.47.** 12,07 dm^2	**6.48.** 181,5
6.49. 333,0 dm^3	232,4 dm^2	**6.50.** 195,4 cm^3	162,9 cm^2
6.51. 4,680 cm		**6.52.** 15,76 dm	
6.53. 1,21		**6.54.** 438	
6.55. 2,718	**6.56.** 2,298	**6.57.** 0,3263	**6.58.** 0,8228
6.59. 113,9	**6.60.** 0,5195	**6.61.** 5,582	**6.62.** 0,9377
6.63. $2{,}365 \cdot 10^8$		**6.64.** 0,2203	
6.65. $A = 49{,}82$		**6.66.** $S_2 = 3280$ N	
6.67. $6{,}683 \cdot 10^{-4}$		**6.68.** $1{,}419 \cdot 10^4$	
6.69. $6{,}730 \cdot 10^{-9}$		**6.70.** 1580	
6.71. 905,0	**6.72.** 7402	**6.73.** −1,584	**6.74.** 2,390
6.75. 1,884	**6.76.** 82,40		
6.77. 6,035	**6.78.** 0,2905	**6.79.** −2,418	**6.80.** −1,661
6.81. 7,935	**6.82.** 36,72	**6.83.** 2,076	**6.84.** 2,555
6.85. −0,1641	**6.86.** 1,994	**6.87.** $C = 40$ pF	**6.88.** $f = 1{,}5$ MHz
6.89. $t = 41{,}6$ ms	**6.90.** $h = 9620$ m		
6.91. 1,635	**6.92.** −1,050	**6.63.** 0,2905	**6.94.** −1,661
6.95. 1,972	**6.96.** 2,112	**6.97.** 0,061 00	**6.98.** 0,010 97
6.99. 46,98	**6.100.** 1,003		
6.101. 0,1201	**6.102.** −0,6101		
6.103. 0,043 62	**6.104.** −0,071 50	**6.105.** 0,8214	**6.106.** −0,1727
6.107. 0,1122	**6.108.** 1,289	**6.109.** 0,4105	**6.110.** −0,3231
6.111. 0,6441	**6.112.** 0,9006	**6.113.** 0,1737	**6.114.** 0,050 45
6.115. −0,1595	**6.116.** −11,83	**6.117.** 2,198	**6.118.** 1,558
6.119. −10,07	**6.120.** −0,8195		
6.121. 9,788	0,1708	**6.122.** $6{,}875 \cdot 10^{-3}$	$1{,}200 \cdot 10^{-4}$
6.123. −85,71	−1,496	**6.124.** 76,11	1,328
6.125. 89,97	1,570	**6.126.** 147,7	2,577
6.127. 87,11	1,520	**6.128.** −89,69	−1,565
6.129. 21,94	0,3829	**6.130.** 89,82	1,568

6.131. $-12{,}25$	**6.132.** $1{,}857$	**6.133.** $-1{,}000$	**6.134.** $-1{,}481$
6.135. $-2{,}272$	**6.136.** $2{,}668$	**6.137.** $-1{,}179$	**6.138.** $1{,}629$
7.01. $1{,}486 \cdot 10^4$	**7.02.** $7{,}966 \cdot 10^4$	**7.03.** $7{,}536 \cdot 10^{-4}$	**7.04.** $2{,}477 \cdot 10^7$
7.05. $1{,}442 \cdot 10^4$	**7.06.** 1358	**7.07.** $4{,}676$	**7.08.** $2{,}665$
7.09. $39{,}77$	**7.10.** $0{,}1307$	**7.11.** $0{,}5908$	**7.12.** $3{,}690$
7.13. $8{,}983$	**7.14.** $0{,}4642$	**7.15.** $9{,}773 \cdot 10^4$	**7.16.** $676{,}4$
7.17. $177{,}5$	**7.18.** $0{,}070\,89$	**7.19.** $1{,}903$	**7.20.** 1010
8.01. $13{,}42$	$14{,}14$	**8.02.** $3{,}846$	$1{,}688$
8.03. $8{,}498$	$-9{,}438$	**8.04.** $-45{,}38$	$14{,}05$
8.05. $-6{,}723$	$-5{,}234$	**8.06.** $35{,}23$	$23{,}75$
8.07. $-57{,}09$	$14{,}41$	**8.08.** $110{,}27$	$26{,}33$
8.09. $255{,}77°$	$12{,}69$	**8.10.** $1{,}145$	$9{,}443$
8.11. $3{,}990$	$10{,}13$	**8.12.** $-0{,}5805$	$11{,}12$
8.13. $-7{,}857$	$2{,}705$	**8.14.** $0{,}3065$	$1{,}304$
8.15. $-12{,}88$	$0{,}794$		
8.16. $\bar{x} = 8{,}357$	$s = 0{,}172$	**8.17.** $\bar{x} = 15{,}10$	$s = 0{,}428$
8.18. $\bar{x} = 137{,}90$	$s = 2{,}10$	**8.19.** $\bar{x} = 6{,}452 \cdot 10^{-6}$	$s = 6{,}50 \cdot 10^{-7}$

Programmierung

Der TI-57 ist nicht nur wegen der vielen eingebauten Funktionen und der acht adressierbaren Speicher ein leistungsfähiger Taschenrechner. Er ist auch (über die Tastatur) programmierbar.

Der TI-57 kann bis zu 50 Programmschritte speichern.

Er erlaubt die Durchführung von Programmverzweigungen durch bedingte Sprungbefehle.

Darüber hinaus besitzt er zwei sehr wirkungsvolle Schleifenkontrollbefehle.

Zwei Unterprogrammebenen erlauben die Bildung anspruchsvoller Programmstrukturen.

11. Tasten für die Programmierung

11.1. Manuelle Bedienung (Tastatursteuerung)

[*C · t] löscht das T-Register.

[INV] [*C · t] löscht den gesamten Rechner mit Ausnahme der Programmschritte und der Dezimalkommaeinstellung.

AUS/EIN-Schalten löscht den gesamten Rechner (inklusive Programmschritte).

[LRN] LEARN-Taste

Schaltet den Rechner in die Betriebsart LEARN oder hebt sie wieder auf und löscht dabei alle offenen Rechnungen.

[R/S] RUN/STOP-Taste

Veranlaßt die Umkehrung von Ablauf/Unterbrechung.

[RST] RESET-Taste (Rückstell-Taste)

Stellt das Befehlsadressenregister und die Unterprogrammzählung auf Null, löscht das Unterprogrammrückstellregister.

[RST] wirkt nicht auf das T-Register.

[SST] SINGLE-STEP-Taste (Einzelschritt vorwärts)

Betriebsart LEARN: Der Inhalt des Befehlsadressenregisters wird um 1 erhöht. Anzeige der nächsten Speicherstelle.

Betriebsart RECHNEN: Ausführung eines Einzelschritts des Programms.

[BST] BACK-STEP-Taste (Einzelschritt zurück)

Betriebsart LEARN: Der Inhalt des Befehlsadressenregisters wird um 1 vermindert.

[*Ins] verschiebt in der Betriebsart LEARN alle Befehle ab dem angezeigten Befehl um eine Stelle in Richtung Programmende.

(Der Einfügebefehl *Ins schafft Platz für das Einfügen eines Befehls; der auf dem Speicherplatz 49 stehende Befehl geht dabei verloren).

∗Del		löscht in der Betriebsart LEARN den Inhalt des angezeigten Speicherplatzes. Alle hinter ihm stehenden Befehle rücken um 1 Stelle vor.
GTO	∗*nn*	stellt den Programmzeiger (das Befehlsadressenregister) auf die Stelle *nn*.
GTO	*n*	stellt den Programmzeiger auf die Marke *n*. ...[1]

11.2. Ausführung im Rahmen eines gespeicherten Programms

∗Lbl	*n*	kennzeichnet eine Stelle im Programm ($0 \leqq n \leqq 9$).
∗Pause		bewirkt eine kurze Pause des Programmablaufs. Der Inhalt des X-Registers wird kurz angezeigt. Wir werden so angezeigte Zahlen (bzw. Größen) in einfache Apostrophe setzen, z. B.: '1.23', 'x'
∗Nop		Es wird keine Operation ausgeführt. In der Betriebsart LEARN kann man mit ∗Nop einen ungewollten Befehl löschen oder Platz für spätere Einschaltungen schaffen.
GTO	*n*	Sprung zu Label *n* und Ausführung des weiteren Programms.
SBR	*n*	Sprung zu Label *n* und Ausführung des Unterprogramms.
INV	SBR	veranlaßt den Rücksprung in das aufrufende Programm.

Beachte: Höchstens zwei Unterprogrammebenen sind möglich!

INV SBR wirkt in einem Hauptprogramm wie R/S.

[1] $0 \leqq n \leqq 9$

SBR	∗*nn*	entspricht	GTO	∗*nn*	R/S
SBR	*n*	entspricht	GTO	*n*	R/S

∗Dsz

DECREMENT AND SKIP IF ZERO-Taste
(Schleifenkontrolltaste)

bewirkt zunächst

1. a) für $|R_0| \geqq 1$ wird $|R_0|$ um 1 vermindert,
   b) für $|R_0| < 1$ wird $R_0 = 0$ gesetzt,

und **dann** für

2. a) $R_0 \neq 0$ die Ausführung des nächsten Befehls,
   b) $R_0 = 0$ das Überspringen des nächsten Befehls.

INV **∗Dsz**

Verminderung und Überspringen bei Nicht-Null bewirkt zunächst 1. und **dann** für

2. a) $R_0 = 0$ die Ausführung des nächsten Befehls,
   b) $R_0 \neq 0$ das Überspringen des nächsten Befehls.

∗$x = t$

bewirkt die Abfrage:

Ist der Wert des X-Registers **gleich** dem Wert des T-Registers? . . .[2]

INV **∗$x = t$**

bewirkt die Abfrage:

Ist der Wert des X-Registers **ungleich** dem Wert des T-Registers? . . .[2]

∗$x \geq t$

bewirkt die Abfrage:

Ist der Wert des X-Registers **größer oder gleich** dem Wert des T-Registers? . . .[2]

INV **∗$x \geq t$**

bewirkt die Abfrage:

Ist der Wert des X-Registers **kleiner** als der Wert des T-Registers? . . .[2]

---

[2] JA: Der der Bedingung folgende Befehl wird *ausgeführt*.
NEIN: Der der Bedingung folgende Befehl wird *übersprungen*.

12. Einfache Programme

Die Programmeingabe erfolgt folgendermaßen:

1. Der Rechner wird eingeschaltet[1].

2. [LRN] Die Betriebsart LEARN (Aufnahme eines Programms) wird eingeschaltet.

3. Das Programm wird, wie bei manueller Bedienung, eingetastet, wobei für einzugebende Zahlen und für abzulesende Resultate durch [R/S] ein Programmstop vorzusehen ist[2].

4. [LRN] Die Betriebsart LEARN wird abgeschaltet und die Betriebsart RECHNEN eingeschaltet.

5. [RST] Das Befehlsadressenregister wird auf die Anfangsstelle 00 gestellt.

Das Programm kann nun ausgeführt werden.

---

[1] Das Befehlsadressenregister wird auf die Anfangsstelle 00 gestellt, dies kann auch durch [RST] erreicht werden!

[2] Zur kurzzeitigen Anzeige dient [* Pause].

BEISPIELE

1. Von einem Kreis ist der Durchmesser d gegeben.

Es ist ein Programm für die Berechnung des Flächeninhalts A zu erstellen.

Schrittweise Lösung:

1. Die zu verwendende Formel lautet: $A = \frac{\pi}{4} \cdot d^2$
2. Eingabe: d Ausgabe: A
3. [ON] [LRN]

   [x^2] [×] [*π] [:] [4] [=]

   [R/S] Das Ergebnis A soll angezeigt werden.
   Für die nächste Berechnung soll d eingesetzt werden.

   [RST] Das Befehlsadressenregister soll auf die Anfangsadresse 00 gestellt werden.

   [LRN] Der Betriebszustand RECHNEN wird eingeschaltet.
4. Wir notieren die Programmdurchführung:

   [RST] [*Fix] [4]

   d [R/S] Ausgabe: A
5. Um A für $d = 10$ und $d = 2{,}35$ zu berechnen, tasten wir:

   [RST] Das Programm wird auf die Anfangsadresse 00 gestellt.

   10 [R/S] Das Programm wird mit dem Wert $d = 10$ gestartet.
   Das Programm hält mit der Anzeige
   78.5398
   dem Wert für den Kreisflächeninhalt bei $d = 10$.

   2.35 [R/S] Start für $d = 2{,}35$ ...[1]
   Anzeige: 4.3374

---

[1] [RST] ist hier nicht mehr erforderlich, die Rückstellung des Befehlsadressenzählers, also die Einstellung auf den Programmanfang, wird vom Programm veranlaßt.

2. Von einem Kugelabschnitt sind r und h gegeben.
Es ist ein Programm für die Berechnung des Volumens zu erstellen.

Lösung:

1. Es gilt: $V = \frac{\pi h^2}{3}(3r - h) = \pi h^2 \left(r - \frac{h}{3}\right)$
2. Eingabe: r, h
   Ausgabe: V
3. Bedienungsanleitung für die Benützung des Programms:

	RST	
r	R/S	
h	R/S	Ausgabe: $V_{\text{Abschnitt}}$

4. Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	65	−	E: r
01	81	R/S	A: r E: h
02	45	:	
03	22	x ⇄ t	
04	03	3	
05	85	=	
06	55	×	
07	30	*π	
08	55	×	
09	22	x ⇄ t	
10	23	x^2	
11	85	=	
12	81	R/S	A: V
13	71	RST	

5. Test[1]
   für $r = 2$, $h = 1$
   $V = \frac{5\pi}{3}$
   $= 5{,}2360$

[1] *Fix 4

13. Redigieren von Programmen

13.1. Anzeige der Programmschritte

In der Betriebsart LEARN wird jeweils

die Stellung des Befehlsadressenregisters (durch die ersten beiden Ziffern) und

die gespeicherte Anweisung angezeigt.

Der Kode (Schlüssel) für die Anweisung besteht aus dem:

1. Vorzeichen, falls die INV-Taste betätigt wurde;
2. zweiziffrigen Tastenkode.

Die 1. Stelle des zweiziffrigen Kodes gibt die Tastenzeile an.

Die 2. Stelle des zweiziffrigen Kodes gibt die Tastenspalte an.

(1 bis 5 ... Erstfunktionen,

6 bis 0 ... Zweitfunktionen)

Erstfunktionen

Zeile \ Spalte	1	2	3	4	5
1	2nd	INV	$\ln x$	CE	CLR
2	LRN	$x \leftrightarrow t$	x^2	$\sqrt{x}$	$1/x$

Zweitfunktionen

Zeile \ Spalte	6	7	8	9	0
1			*log	*C · t	
2	*D · MS	*P → R	*sin	*cos	*tan

Beachte: 13 ≙ $\ln x$, 25 ≙ $1/x$, 18 ≙ *log, 20 ≙ *tan

Die Kodes können — sofern sie nicht auswendig gewußt werden — schnell von der Tastatur abgelesen werden.

Diese 2 Ziffern sind immer vorhanden!

3. Nach einem Zwischenraum (Blank, Spatium) eventuell eine Ziffer, die ein Register oder eine Labelnummer angibt.

13.2. Anzeige eines Befehls

Betriebsart: RECHNEN

1. [GTO] [*31]
2. [LRN]

bewirkt die Anzeige des im Speicherplatz 31 stehenden Programmschritts.

13.3. Single-Step und Backstep

Betriebsart LEARN:

[SST] Das Befehlsadressenregister wird um eine Stelle weiterbewegt, ohne Einfluß auf das gespeicherte Programm.

Ein Einzelschritt über die Stelle 99 hinaus schaltet den Rechner in die Betriebsart RECHNEN. ...[1]

[BST] Das Befehlsadressenregister wird um eine Stelle zurückgestellt, ohne Einfluß auf das gespeicherte Programm. ...[2]

Betriebsart RECHNEN:

[SST] veranlaßt die sofortige Ausführung des im Programm an dieser Stelle gespeicherten Programmschritts.

13.4. Einfügen eines Befehls

Im Programmteil

```
.......
11   RCL 4
12   *sin
13    ×
.......
```

ist nach RCL 4 der Befehl R/S einzufügen.

Lösung:

Betriebsart: RECHNEN

1. GTO | *12
2. LRN
3. *Ins
4. R/S
5. LRN

Neues Programm:

```
......
11   RCL 4
12   R/S
13   *sin
14    ×
15   ...
```

13.5. Löschen eines nicht mehr benötigten Befehls

Im Programm

```
......
11   RCL 4
12   R/S
13   *sin
......
```

ist der Befehl: 12 R/S zu löschen.

Lösung:

Betriebsart: RECHNEN

1. GTO | *12
2. LRN
3. *Del
4. LRN

Neues Programm:

```
.....
11   RCL 4
12   *sin
13   ...
```

13.6. Ersetzen eines Befehls

Im Programm

```
......
30  ∗sin
31   ×
32  RCL 2
......
```

ist der in der Zeile 30 stehende Befehl ∗sin durch den Befehl ∗cos zu ersetzen.

Lösung:

Betriebsart: RECHNEN

1. GTO ∗30
2. LRN
3. ∗cos
4. LRN

Neues Programm:

```
......
30  ∗cos
31   ×
32  RCL 2
......
```

14. Sprungbefehle

Im allgemeinen werden die Programmschritte in der Reihenfolge ihrer Eingabe durchgeführt. Mit Hilfe von Sprungbefehlen kann eine andere Reihenfolge herbeigeführt werden.

Man unterscheidet

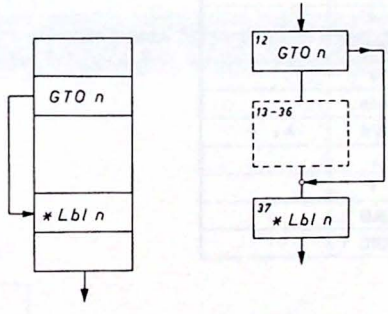
- unbedingte Sprungbefehle und
- bedingte Sprungbefehle.

14.1. Unbedingter Sprungbefehl GO-TO

In der Betriebsart RUN bewirkt der Befehl

GTO *n* ,

daß bei Label *n* fortgesetzt wird.



Mit Hilfe des GTO-Befehls können Programmteile mehrmals durchlaufen werden. Man bezeichnet solche Programmteile als „Schleifen".

BEISPIEL

Es ist ein Programm für die Berechnung von

$$y = \sin(2x + a) \quad \text{mit} \quad x = 0; \quad 0{,}1; \quad 0{,}2; \quad \ldots$$

zu erstellen.

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	32 0	STO 0	E: a
01	00	0	
02	32 1	STO 1	
03	60	*Rad	
04	48 4	*Fix 4	
05	86 1	*Lbl 1	
06	33 1	RCL 1	
07	36	*Pause	'x'
08	55	×	
09	02	2	
10	75	+	
11	33 0	RCL 0	
12	85	=	
13	28	*sin	
14	81	R/S	A: y
15	83	.	
16	01	1	
17	34 1	SUM 1	
18	51 1	GTO 1	

Zum Vergleich:
Werte für $a = 0{,}15$

0.0000
0.1494

0.1000
0.3429

0.2000
0.5227

0.3000
0.6816

0.4000
0.8134

0.5000
0.9128

0.6000
0.9757

0.7000
0.9998

0.8000
0.9840

Programmdurchführung

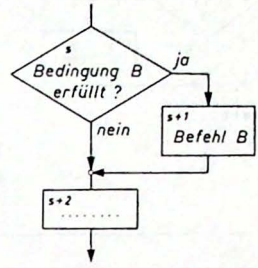
a	RST	R/S	$'x'$; y
		R/S	$'x'$; y
		...	....

14.2. Bedingte Sprungbefehle (Verzweigungen)

Mit Hilfe von bedingten Sprungbefehlen kann man den Ablauf eines Programms so steuern, wie es die Logik des Programms erfordert.

Jeder bedingte Sprungbefehl veranlaßt den Rechner zu untersuchen, ob die gestellte Bedingung erfüllt ist.

Form der Verzweigung[1]:



s Bedingung B

$s+1$ Befehl B ...[1]

$s+2$ .....

s sei der betrachtete Programmschritt (mit der Bedingung B),

$s+1$ der folgende Programmschritt, ...

Wenn die Bedingung erfüllt ist, dann wird der der Bedingung folgende Befehl ausgeführt.

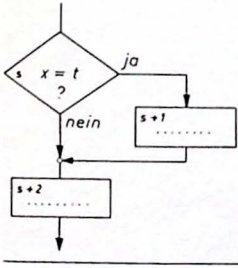
Wenn die Bedingung nicht erfüllt ist, dann wird der der Bedingung folgende Befehl übersprungen.

s sei die betrachtete Programmstelle (mit der Bedingung **K**),

$s+1$ die folgende Programmstelle, ...

Beim TI-57 bewirken alle bedingten Sprungbefehle einen Vergleich der Inhalte des X-Registers und des T-Registers[2].

$*x = t$

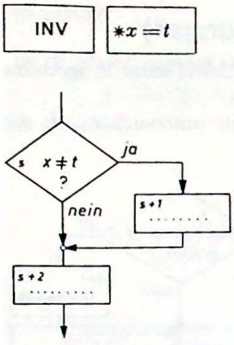


Wenn $x = t$ ist, so wird der nächste Befehl ausgeführt, andernfalls wird dieser Befehl übersprungen.

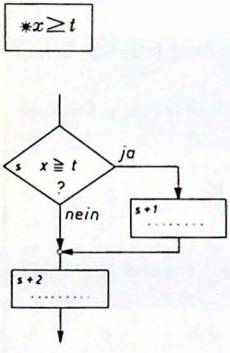
---

[1] Einfachheitshalber bezeichnen wir im folgenden den der *Bedingung B* unmittelbar folgenden Befehl als *Befehl B*.

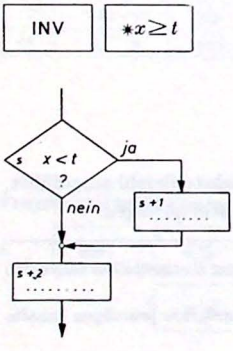
[2] Die Register werden mit den Großbuchstaben X und T bezeichnet, ihre jeweiligen Inhalte mit den Kleinbuchstaben x und t. *Beachte:* $T = R_7$



Wenn $x \neq t$ ist, so wird der nächste Befehl ausgeführt, andernfalls wird dieser Befehl übersprungen.



Wenn $x \geqq t$ ist, so wird der nächste Befehl ausgeführt, andernfalls wird dieser übersprungen.



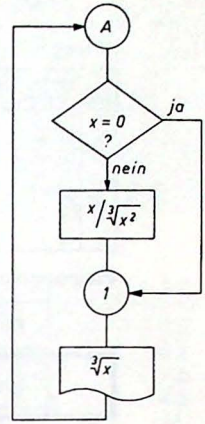
Wenn $x < t$ ist, so wird der nächste Befehl ausgeführt, andernfalls wird dieser übersprungen.

BEISPIELE

1. Es ist ein Programm für die Berechnung von $\sqrt[3]{x}$ zu erstellen.

Lösung:

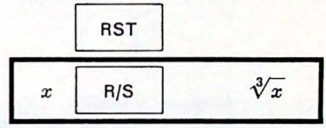
$$\sqrt[3]{x} = \begin{cases} \dfrac{x}{\sqrt[3]{x^2}} & \text{für} \quad x \neq 0 \\ 0 & \text{für} \quad x = 0 \end{cases}$$



Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	19	*C.t	t = 0
01	66	*x = t	
02	51 1	GTO 1	
03	45	:	
04	23	x^2	
05	−35	INV y^x	
06	03	3	
07	85	=	
08	86 1	*Lbl 1	
09	81	R/S	A : $\sqrt[3]{x}$
10	71	RST	

Programmdurchführung



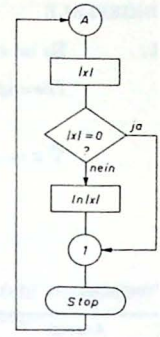
Test

$\sqrt[3]{27} = 3$ $\qquad$ $\sqrt[3]{0} = 0$

$\sqrt[3]{-8} = -2$

2. Es ist ein Programm für die Berechnung von

$$f(x) = \begin{cases} \ln x & \text{für} \quad x > 0 \\ 0 & \text{für} \quad x = 0 \\ \ln(-x) & \text{für} \quad x < 0 \end{cases}$$ zu erstellen.



Lösung:

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
25	00 19	*C.t	t = 0
26	01 40	* |x|	
27	02 66	*x = t	
28	03 51 1	GTO 1	
29	04 13	ln x	
30	05 66 1	*Lbl 1	
31	06 81	R/S	A : f(x) E: x

Programmdurchführung

RST

x	R/S	$f(x)$

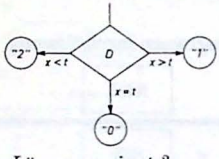
Test[1]

$f(\ 10) = 2{,}302\,59$

$f(\ \ 0) = 0$

$f(-2) = 0{,}693\,15$

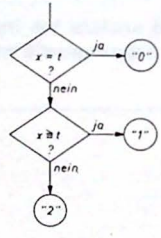
3. Die Dreiwegeverzweigung



ist zu realisieren.

Lösungsvariante[2]*:*

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
25	00 19	*C.t	t = 0
26	01 66	*x = t	
27	02 51 0	GTO 0	
28	03 76	*x ≥ t	
29	04 51 1	GTO 1	
30	05 02	2	A : 2
31	06 81	R/S	
32	07 66 0	*Lbl 0	
33	08 81	R/S	A : 0.
34	09 66 1	*Lbl 1	
35	10 01	1	
36	11 81	R/S	A : 1



Beachte: Nach der Anzeige 1 oder 2 muß CE gedrückt werden, bevor mit x RST R/S der Programmablauf gestartet wird.

---

[1] *Fix 5

14.3. Schleifenkontrollbefehle

Dekrement und Überspringen bei Null

∗Dsz

bewirkt **zunächst** für

- $|R_0| \geqq 1$ die Verminderung von $|R_0|$ um 1, ...[1]
- $|R_0| < 1$ das Setzen von $R_0 = 0$,

und **dann** für

- $R_0 \neq 0$ die Ausführung des nächsten Befehls,
- $R_0 = 0$ das Überspringen des nächsten Befehls.

Test für den Befehl ∗Dsz

25	00	32 0	STO 0	
26	01	86 1	∗Lbl 1	
27	02	33 0	RCL 0	
28	03	36	∗Pause	
29	04	56	∗Dsz	
30	05	51 1	GTO 1	
31	06	05	5	
32	07	05	5	
33	08	85	=	
34	09	81	R/S	
35	10	71	RST	

R_0	4	2.5	0	−3.2
	4.	2.5	0.	−3.2
	3.	1.5	55	−2.2
	2.	0.5		−1.2
	1.	55		−0.2
	55			55

Dekrement und Überspringen bei Nicht-Null

INV	∗Dsz

bewirkt **zunächst** für

- $|R_0| \geqq 1$ $|R_0| := |R_0| - 1$ ...[1]
- $|R_0| < 1$ $R_0 := 0$

und **dann** für

- $R_0 = 0$ die Ausführung des nächsten Befehls,
- $R_0 \neq 0$ das Überspringen des nächsten Befehls.

Test für INV ∗Dsz:

39	00	32 0	STO 0	
40	01	86 1	∗Lbl 1	
41	02	33 0	RCL 0	
42	03	36	∗Pause	
43	04	56	INV ∗Dsz	
44	05	51 1	GTO 1	
45	06	05	5	
46	07	05	5	
47	08	85	=	
48	09	81	R/S	
49	10	71	RST	

R_0	4	2.5	0	−3.2
	4.	2.5	0.	−3.2
	55	55	0.	55
			0.	

[1] Das Vorzeichen bleibt erhalten.

15. Programmierung von Schleifen

Mit dem TI-57 kann man Schleifen bequem mit Hilfe des ∗Dsz-Befehls und/oder bedingter Sprungbefehle programmieren.

In diesem Abschnitt wird ein Überblick über das Programmieren von Schleifen geboten.

Wir unterscheiden:

a) **Induktive Schleifen (Zählergesteuerte Schleifen)**

Ein Zähler kontrolliert die vorgegebene Anzahl der Schleifendurchläufe.

b) **Sukzessive Schleifen**

Die Schleife wird so lange durchlaufen, bis eine Datenendbedingung[1] erfüllt ist.

15.1. Induktive Schleifen

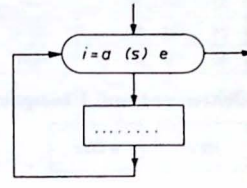
Wir unterscheiden

- **Zählschleifen**

  Die Schleifenvariable dient ausschließlich zur Steuerung der Schleife.

- **Wertschleifen**

  Die Werte der Schleifenvariablen werden auch in der Schleife zu Berechnungen verwendet.



i Schleifenvariable
a Anfangswert
e Endwert
s Schrittweite

$i = a$ (s) e bedeutet:

Beim 1. Durchlauf wird die Schleifenvariable i mit dem Anfangswert a belegt.

Beim 2. Durchlauf wird i mit $a + s$ belegt.

Beim 3. Durchlauf wird i mit $a + 2s$ belegt, usw.

Wenn der Wert der Schleifenvariablen größer wird als der Endwert e, dann wird der der Schleife im Programm folgende Befehl durchgeführt.

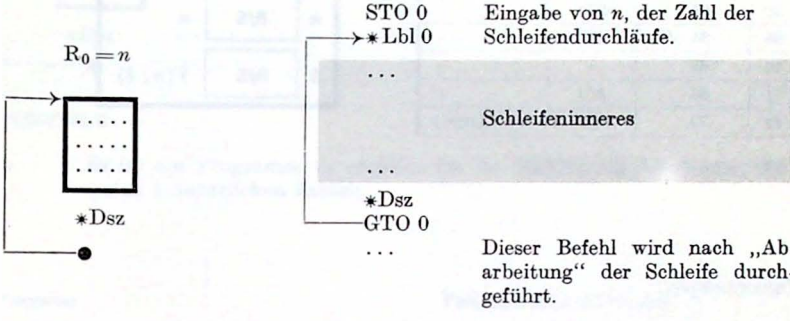
Für $i = a$ (1) e schreibt man kürzer: $i = a$, e

[1] Zum Beispiel: $|f(x)| < \varepsilon$

Zählschleifen

$i = 1, \quad n$ bzw. $i = n \quad (-1) \quad 1$

bzw. $i = 0, \quad n - 1$ bzw. $i = n - 1 \quad (-1) \quad 0$



BEISPIEL

Für die Anzahl der Variationen ohne Wiederholung von n Elementen zur k-ten Klasse gilt:

$$V(n\,;k) = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot (n-k+1)$$

Wir erkennen, daß der Rechtsterm aus k Faktoren besteht, von denen jeder (mit Ausnahme des ersten) um 1 kleiner ist als sein linker Nachbar.

Wir speichern

- k, die Anzahl der Schleifendurchgänge, in R_0.
- n in R_1.

Es gilt dann:

$$x := x \cdot R_1$$
$$R_1 := R_1 - 1$$

$$\begin{cases} x = n & R_1 = n-1 \\ x = n(n-1) & R_1 = n-2 \\ x = n(n-1)(n-2) & R_1 = n-3 \\ \ldots\ldots\ldots\ldots & \ldots\ldots \end{cases}$$

Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	32 1	STO 1	E : n
01	81	R/S	A : n E : k
02	32 0	STO 0	
03	86 0	*Lbl 0	
04	33 1	RCL 1	
05	55	×	
06	01	1	
07	– 34 1	INV SUM 1	
08	56	*Dsz	
09	51 0	GTO 0	
10	85	=	
11	81	R/S	
12	71	RST	A : V (n;k)

Programmdurchführung

	RST	
n	R/S	n
k	R/S	$V(n\,;k)$

Zahlenbeispiel:

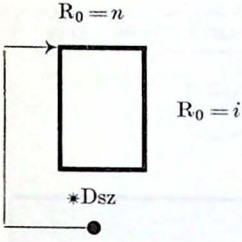
$V\,(4\,;2) = 4 \cdot 3 = 12$

Die Variationen der Elemente 1, 2, 3, 4 zur 2. Klasse lauten:

12	21	31	41
13	23	32	42
14	24	34	43

Wertschleifen

$i = n \quad (-1) \quad 1$ $\qquad n \in \mathbb{N} \quad \ldots$[1]



Während des gesamten Durchlaufs einer Schleife steht der Wert i in R_0 zur Verfügung.

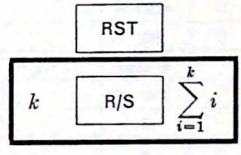
BEISPIELE

1. Es ist ein Programm zu erstellen für die Berechnung der Summe der ersten k natürlichen Zahlen.

Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	32 0	STO 0	E : $k \rightarrow R_0$
01	15	CLR	
02	86 0	*Lbl 0	
03	33 0	RCL 0	
04	75	+	
05	56	*Dsz	
06	51 0	GTO 0	
07	00	0	
08	85	=	
09	81	R/S	A : $\sum_{i=1}^{k} 1$
10	71	RST	

Programmdurchführung



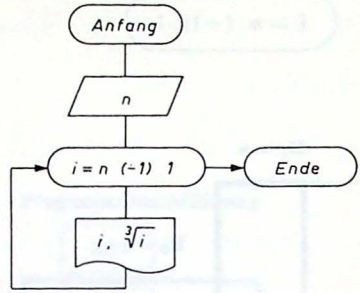
Der Test mit $k = 10$ ergibt die

Ausgabe:

55.

[1] $n \in \mathbb{N}$ bedeutet: n ist eine natürliche Zahl.

2. Die Kubikwurzeln der ersten n natürlichen Zahlen sind zu berechnen.



Programmdurchführung

RST	

n

R/S	$'i', \sqrt[3]{i}$	$i = n, n-1, \ldots, 1$

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	32 0	STO 0	
01	86 0	*Lbl 0	
02	33 0	RCL 0	
03	36	*Pause	'i'
04	−35	INV y^x	
05	03	3	
06	85	=	
07	81	R/S	A: $\sqrt[3]{i}$
08	56	*Dsz	
09	51 0	GTO 0	
10	81	R/S	A: 1.
11	71	RST	

Zum Vergleich ($n = 5$):

```
                5.
1.709975947

                4.
1.587401052

                3.
1.44224957

                2.
1.25992105

                1.
                1.
```

3. Es ist ein Programm zu erstellen für die Berechnung von $n!$ für $n \in \mathbb{N} \wedge n \leqq 69$.

Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	32 0	STO 0	E: n_1
01	86 0	*Lbl 0	
02	33 0	RCL 0	
03	55	×	
04	56	*Dsz	
05	51 0	GTO 0	
06	01	1	
07	85	=	
08	81	R/S	A: $n_1!$ E: n_i

Programmdurchführung

	RST	
n_i	R/S	$n_i!$

Beachte: Mit *Dsz GTO 0 wird die in R_0 gespeicherte Zahl um 1 verringert und so lange die Produktbildung durchgeführt, bis $R_0 = 0$ ist.

4. Das Programm 3 ist folgendermaßen zu ergänzen:

a) $0! = 1$ soll berechnet werden.

b) Bei Zahlen, für die $(x \in \mathbb{N}_0 \wedge x \leqq 69)$ nicht erfüllt ist, soll die Anzeige neunmal blinken und dann die Zahl, die nicht verarbeitet wird, fest anzeigen.

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	19	*C.t	
01	66	*x = t	
02	51 0	GTO 0	
03	32 1	STO 1	
04	– 76	INV *x ≥ t	
05	51 1	GTO 1	
06	– 49	INV *Int	
07	– 66	INV *x = t	
08	51 1	GTO 1	
09	07	7	
10	00	0	
11	22	x⇄t	
12	33 1	RCL 1	
13	76	*x ≥ t	
14	51 1	GTO 1	
15	32 0	STO 0	
16	86 3	*Lbl 3	
17	33 0	RCL 0	
18	55	×	
19	56	*Dsz	
20	51 3	GTO 3	
21	86 0	*Lbl 0	
22	01	1	
23	85	=	
24	81	R/S	A : x !

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
25	71	RST	
26	86 1	*Lbl 1	
27	09	9	
28	32 0	STO 0	
29	33 1	RCL 1	
30	86 2	*Lbl 2	
31	36	*Pause	'x'
32	56	*Dsz	
33	51 2	GTO 2	
34	81	R/S	A : x
35	71	RST	

PS 01: $x = 0 \rightarrow$ Label 0 (Ausgabe: 1)

PS 04: $x < 0 \rightarrow$ Label 1 (Blinken).

PS 06: INV *Int berechnet den nichtganzzahligen Teil von x.

PS 07: $x \notin \mathbb{N} \rightarrow$ Label 1 (Blinken).

PS 13: $x \geqq 70 \rightarrow$ Label 1 (Blinken).

PS 15 bis PS 25 bewirken dasselbe wie die entsprechenden Schritte im Beispiel 3.

In PS 26 bis PS 33 wird das neunmalige Blinken verursacht.

5. Es ist ein „Lehrerprogramm" für die Berechnung von

$$y = \sqrt[4]{a + bx} \qquad x = 1, 2, 3, \ldots, n$$

zu schreiben, wobei x die Katalognummer ist.

Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	33 0	RCL 0	
01	36	*Pause	'x'
02	55	×	
03	33 2	RCL 2	
04	75	+	
05	33 1	RCL 1	
06	85	=	
07	81	R/S	A: a+bx
08	24	√x	
09	24	√x	
10	81	R/S	A: $\sqrt[4]{a+bx}$
11	56	*Dsz	
12	71	RST	
13	81	R/S	
14			
15			
16			

Programmdurchführung

n	STO 0	
a	STO 1	
b	STO 2	RST
	R/S	$'x'$
		$a+bx$
	R/S	$\sqrt[4]{a+bx}$

Zum Vergleich: $n = 5$;

$a = 0{,}003\,634$

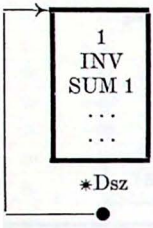
$b = 0{,}000\,127$

```
        5.
 0.004269
.2556121767

        4.
 0.004142
.2536895182

        3.
 0.004015
.2517221239

        2.
 0.003888
0.249707487

        1.
 0.003761
.2476428728
```

Weitere Wertschleifen

$i = n-1 \ (-1) \ 0$

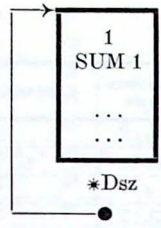
$R_0 = R_1 = n$



$R_1 = i$

$i = 1, \ n$

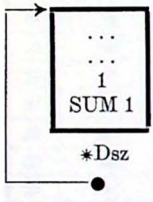
$R_0 = n$
$R_1 = 0$



$R_1 = i$

$i = 0, \ n-1$

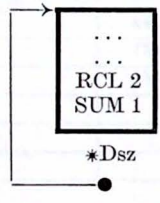
$R_0 = n$
$R_1 = 0$



$R_1 = i$

$x = a \ (s) \ e$

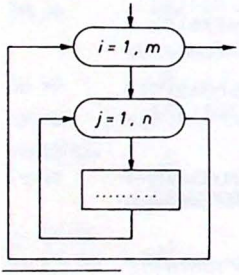
$R_0 = n$
$R_1 = a$
$R_2 = s$



$R_1 = x$

Beachte[1]: $n = \left[\frac{e-a}{s}\right] + 1$

Wir zeigen nun die Programmierung von **verschachtelten Schleifen.**



Reihenfolge:

$i = 1$
$\quad j = 1, \ j = 2, \ \ldots, \ j = n$
$i = 2$
$\quad j = 1, \ j = 2, \ \ldots, \ j = n$
. . . . . .
. . . . . .
$i = m$
$\quad j = 1, \ j = 2, \ \ldots, \ j = n$

[1] $[z]$ ist das Symbol für die nächstkleinere ganze Zahl, mit $[z] = z$ für ganze Zahlen.

$R_1 = 1$ $\quad R_3 = -m$ $\quad R_4 = n$

```
*Lbl 1
RCL 4
STO 0
1
STO 2
```

Vorbereitung der inneren Schleife:

$R_0 := n$

$j := 1$

Beachte:

$R_1 = i$
$R_2 = j$

```
*Lbl 0
...
...
1
SUM 2
```

$j := j + 1$

```
*Dsz
GTO 0
SUM 1
SUM 3
RCL 3
*C · t
INV *x = t
GTO 1
```

$i := i + 1$

Abfrage, ob die äußere Schleife schon m-mal durchlaufen wurde.

Falls man im Vorbereitungsteil $\underset{\text{STO 2}}{1}$ durch $\underset{\text{STO 2}}{0}$ ersetzt, so erhält man ein Programm für die Doppelschleife mit $i = 1, m$ und $j = 0, n - 1$

6. Für die Grenzwertermittlung gebrauchter Anlagen gilt:

$$W = W_0 \frac{1}{1 + \frac{n}{n_0}} = W_0 \cdot \beta$$

Bezeichnungen: W ... Wert nach n Jahren
β ... Bewertungsfaktor
n ... abgelaufene Nutzungsdauer
W_0 ... Anschaffungswert
n_0 ... angenommene Nutzungsdauer

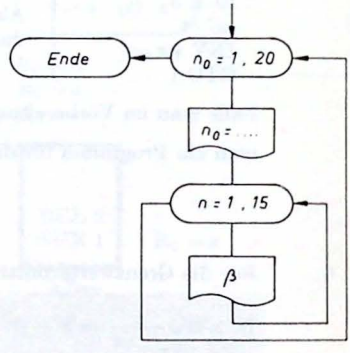
Es ist ein Programm für die Berechnung von β für $n_0 = 1, 2, \ldots,$ 20 Jahre und $n = 1, 2, \ldots,$ 15 Jahre zu erstellen.

Struktur: Doppelschleife Äußere Schleife: $n_0 = 1, 20$ Innere Schleife: $n = 1, 15$
Wir verwenden die oben angeführte Doppelschleife.

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	84	+/−	E: $n_{0\ max}$
01	32 3	STO 3	
02	81	R/S	E: n_{max}
03	32 4	STO 4	
04	01	1	
05	32 1	STO 1	
06	86 1	*Lbl 1	
07	48 7	*Fix 7	
08	33 1	RCL 1	
09	36	*Pause	'n_0'
10	−48	INV *Fix	
11	33 4	RCL 4	
12	32 0	STO 0	
13	01	1	
14	32 2	STO 2	
15	86 0	*Lbl 0	
16	33 2	RCL 2	
17	36	*Pause	'n'
18	45	:	
19	33 1	RCL 1	
20	75	+	
21	01	1	
22	85	=	
23	25	1/x	
24	36	*Pause	'β'

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
25	01	1	
26	34 2	SUM 2	
27	56	*Dsz	
28	51 0	GTO 0	
29	34 1	SUM 1	
30	34 3	SUM 3	
31	33 3	RCL 3	
32	19	*C.t	
33	−66	INV *x=t	
34	51 1	GTO 1	
35	81	R/S	A: 0.
36	71	RST	



Programmdurchführung

RST

$n_{0\ max}$ R/S

n_{max} R/S

'n_0'

('1', 'β'), ..., ('n_{max}', 'β')

0.

Zum Vergleich:

$n_{0\,max} = 3$; $n_{max} = 2$

$n_0 = 1$	$n = 1$, $\beta = 0{,}5$	$n = 2$, $\beta = 0{,}3333333$
$n_0 = 2$	$n = 1$, $\beta = 0{,}6666667$	$n = 2$, $\beta = 0{,}5$
$n_0 = 3$	$n = 1$, $\beta = 0{,}75$	$n = 2$, $\beta = 0{,}6$

15.2. Sukzessive Schleifen

Die Schleife wird so lange durchlaufen, bis eine Datenendbedingung erfüllt ist[1].

Sukzessive Schleifen, bei denen die Datenendbedingung eine Konvergenzbedingung ist, bezeichnet man als **iterative Schleifen.**

BEISPIELE

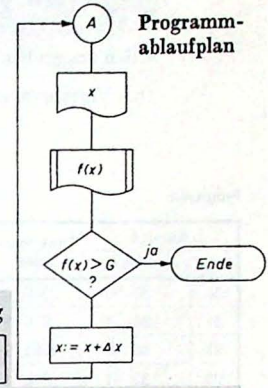
1. Es ist ein Programm zu erstellen für die Berechnung von

$f(x), \quad x = x_0, \quad x_0 + \Delta x, \quad x_0 + 2\Delta x, \ldots,$

das bei $f(x) \geqq G$ abbricht.

Wir erstellen ein Programm für $f(x) = 5e^{1,5x}$, $x_0 = 1{,}2$, $\Delta x = 0{,}3$ und $G = 40$.

Programmablaufplan



Programmdurchführung

G	$x \leftrightarrow t$	
Δx	RST	R/S
x_0	R/S	

'x'
'$f(x)$'

x wird angezeigt

$f(x)$ wird berechnet

$f(x)$ wird angezeigt

.....Abfrage: $f(x) > G$?

.....JA: Stop (PS 22)

NEIN: Es wird $x := x + \Delta x$ berechnet.

.....Dann wird die Rechnung wiederholt.

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	32 1	STO 1	E : Δx
01	81	R/S	E : x_0
02	32 0	STO 0	
03	86 0	*Lbl 0	
04	36	*Pause	' x '
05	55	×	
06	01	1	
07	83	.	
08	05	5	
09	85	=	
10	− 13	INV ln x	
11	55	×	
12	05	5	
13	85	=	
14	36	*Pause	' f (x) '
15	76	*x≥t	
16	51 1	GTO 1	
17	33 1	RCL 1	
18	34 0	SUM 0	
19	33 0	RCL 0	
20	51 0	GTO 0	
21	86 1	*Lbl 1	
22	81	R/S	A : f(x)>G

[1] Zum Beispiel: $|f(x)| < \varepsilon, \quad x > S$

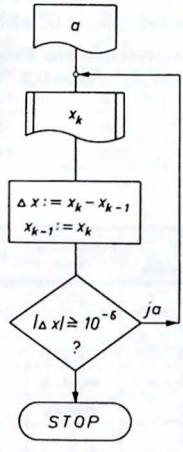
2. Die Glieder der Folge

$$x_k = \frac{1}{2}\left(x_{k-1} + \frac{a}{x_{k-1}}\right) \quad \text{mit} \quad x_0 = a \qquad \ldots^1$$

sollen angegeben werden.

Das Verfahren soll abbrechen, wenn $|x_k - x_{k-1}| < 10^{-6}$ ist.

Programmablaufplan



Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	32 0	STO 0	E : a
01	32 1	STO 1	
02	86 0	*Lbl 0	
03	33 1	RCL 1	
04	75	+	
05	25	1 / x	
06	55	×	
07	33 0	RCL 0	
08	85	=	
09	45	:	
10	02	2	
11	65	−	
12	81	R/S	A : x_k
13	38 1	*Exc 1	
14	85	=	
15	40	*|x|	
16	76	*x≥t	
17	51 0	GTO 0	
18	81	R/S	
19	71	RST	

Zum Vergleich ($a = 9$):

```
        5.
       3.4
3.023529412
3.000091554
3.000000001
        3.
        3.
```

Programmdurchführung

ε	$x \leftrightarrow t$	RST	
a	R/S	x_1	
	R/S	x_{i+1}	$i = 1, 2, \ldots$

$\ldots\ldots\ldots \quad \varepsilon = 0{,}000001$

[1] *Näherungsformel von Archimedes* für die Berechnung von $\sqrt{a}$. Wir verwenden $x_0 = a$.

3. Es ist ein Programm zu erstellen für die Berechnung von

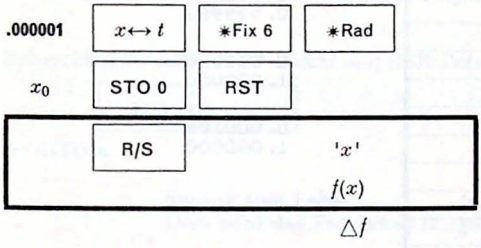
$$\lim_{x \to 0} f(x)$$

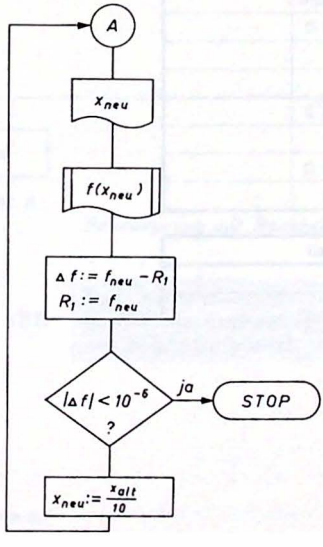
mit dem Anfangswert x_0 und mit $x_{\text{neu}} = x_{\text{alt}}/10$.

Bei $|f(x_{\text{neu}}) - f(x_{\text{alt}})| < 10^{-6}$ ist abzubrechen.

Wir gehen folgendermaßen vor:

1. **Speicherbelegung**
   $10^{-6} \to \text{T}$
   $\text{R}_0 = x$ Anfangswert: x_0
   $\text{R}_1 = f_{\text{alt}}$
2. Wir zeichnen einen Programmablaufplan, wobei wir folgende **Programmdurchführung** berücksichtigen.





3. Nun schreiben wir das **Programm** für $y = \lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}$ mit $x_0 = 1$.

Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	33 0	RCL 0	
01	36	*Pause	'x neu '
02	45	:	
03	28	*sin	
04	85	=	
05	25	1 / x	
06	81	R/S	A : f(xneu)
07	46	*Nop	
08	46	*Nop	
09	46	*Nop	
10	46	*Nop	
11	46	*Nop	
12	46	*Nop	
13	65	-	
14	38 1	*Exc 1	
15	85	=	(△f)
16	40	* |x|	
17	-76	INV *x≥t	
18	51 0	GTO 0	
19	83	.	
20	01	1	
21	39 0	*Prd 0	
22	71	RST	
23	86 0	*Lbl 0	
24	81	R/S	

R_i	Inhalt
0	x
1	f (x)

Zum Vergleich:

1.000000
0.841471

0.100000
0.998334

0.010000
0.999983

0.001000
1.000000

0.000100
1.000000

16. Unterprogramme

Das Programm, mit dem die Rechnung beginnt, heißt **Hauptprogramm.**

Selbständige Programmteile, die zur Bewältigung von Teilaufgaben von verschiedenen Programmpunkten aus aufgerufen werden können, heißen **Unterprogramme.**

Beim TI-57 wird das mit Label *n* beginnende Upro[1] mit dem Befehl

SBR	*n*

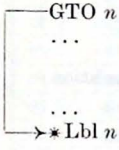
aufgerufen.

Das Unterprogramm wird so lange durchgeführt, bis ein INV SBR-Befehl erreicht wird.

Der INV SBR-Befehl veranlaßt den Rücksprung in das aufrufende Programm in die unmittelbar hinter SBR stehende Programmzeile.

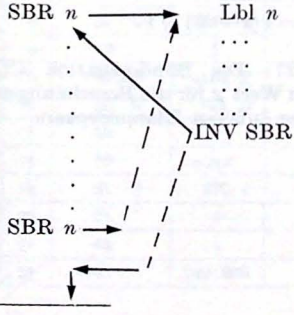
Unterschied zwischen GTO-Befehl und SBR-Befehl:

GTO	*n*



Sprung zum Label *n*.
Dort wird das Programm fortgesetzt.

SBR	*n*



Seitensprung mit Rückkehrabsicht

Das aufrufende Programm wird jeweils mit dem auf SBR *n* folgenden Befehl fortgesetzt.

[1] Abkürzung für Unterprogramm.

Beachte: Ein Unterprogramm kann an beliebiger Stelle im Programmspeicher untergebracht werden.

Es ist empfehlenswert, jedes Unterprogramm mit mathematischen Operatoren mit einer linken Klammer [( ] zu beginnen und mit einer rechten Klammer [ )] vor dem Rückkehrbefehl [INV SBR] zu beenden.

Der Befehl [=] ist im Unterprogramm möglichst zu vermeiden, weil [=] alle offenen Rechnungen, auch die des Hauptprogramms, abschließt.

Wenn der Inhalt von X nur zu Beginn der Rechnung benötigt wird, so wird x mit Hilfe einer Blindoperation aktiviert.

Zum Beispiel: [( ] [CE] [+] ..... [ )] [INV SBR]

Ein Unterprogramm kann ein anderes Upro aufrufen.

Der TI-57 kann 2 Rücksprungbefehle speichern, wir sprechen daher von 2 Unterprogrammebenen.

BEISPIELE

1. An mehreren Stellen eines Programms wird der Wert der Funktion $f(x) = x^3 - 5x + 1$ benötigt.

Wir können folgendes Upro verwenden[1]:

Anzeige		Funktions-Taste
Zeile	Schlüssel	
25	86 1	*Lbl 1
26	43	(
27	14	CE
28	55	×
29	43	(
30	23	x^2
31	65	−
32	05	5
33	44	)
34	75	+
35	01	1
36	44	)
37	−61	INV SBR

Beachte:

Die Standardfunktion $y = x^3$ ist am TI-57 nur für $x \geqq 0$ definiert.

Wir rechnen daher:

$x^3 - 5x + 1 = x(x^2 - 5) + 1$

Zur Zeile 27: Die Blindoperation CE aktiviert den Wert x für die Berechnungen innerhalb des äußeren Klammerpaars.

[1] Wir nehmen an, daß x im X-Register steht.

2. An mehreren Stellen eines Programms ist der Programmablauf zu unterbrechen und der Inhalt des Speichers 1 anzuzeigen.

Wir lösen dieses Problem mit Hilfe des Upros:

46	86 1	*Lbl 1	
47	33 1	RCL 1	
48	81	R/S	
49	– 61	INV SBR	

3. Der Binomialkoeffizient $\binom{n}{k}$ ist mittels der Formel

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!} \qquad n,\ k \in \mathbb{N},\ n > k,\ n,k < 70$$

zu berechnen.

Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	32 1	STO 1	E : n
01	61 1	SBR 1	
02	45	:	
03	81	R/S	E : k
04	– 34 1	INV SUM 1	
05	61 1	SBR 1	
06	45	:	
07	33 1	RCL 1	
08	61 1	SBR 1	
09	85	=	
10	81	R/S	A : $\binom{n}{k}$
11	71	RST	
12	86 1	*Lbl 1	
13	32 0	STO 0	
14	43	(	
15	86 2	*Lbl 2	
16	33 0	RCL 0	
17	55	×	
18	56	*Dsz	
19	51 2	GTO 2	
20	01	1	
21	44	)	
22	– 61	INV SBR	

Beachte:

Mit jedem der Befehle SBR 1 wird beim Programmschritt 12 weitergerechnet.

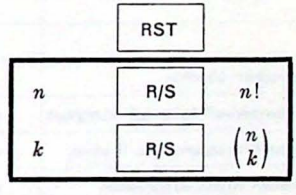
Der Befehl 22 INV SBR veranlaßt den Rücksprung zu

a) PS 02

b) PS 06

c) PS 09

Programmdurchführung



Test

$n = 17$, $k = 9$: $\binom{n}{k} = 24\,310$

$n = 25$, $k = 8$: $\binom{n}{k} = 1\,081\,575$

Anwendungen

Berechnung von Polynomwerten
(Horner-Schema)

Werte von Polynomen berechnet man vorteilhaft mit Hilfe des **Horner-Schemas.**

$$p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0$$
$$= \{[(a_n x + a_{n-1}) x + a_{n-2}] x + \ldots + a_1\} x + a_0$$

BEISPIELE

1. $p(x) = 2x^3 - 5x^2 + 7x - 6$
$x = 3$ *Lösung:* $p(3) = 24$

2. $p(x) = x^4 - 2x^2 + 4x + 1$
$x = 2{,}6$ *Lösung:* $p(2{,}6) = 43{,}5776$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Speicher löschen		INV *C.t			
Polynomkoeffizienten eingeben	a_0	STO 0			
(Koeffizienten, die 0 sind,	a_1	STO 1			
müssen nicht eingegeben	a_2	STO 2			
werden)	a_3	STO 3			
	a_4	STO 4			
	a_5	STO 5			
	a_6	STO 6			
Polynomwerte berechnen	x	R/S			p (x)

Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	22	x ⇄ t	E: x
01	33 6	RCL 6	
02	61 4	SBR 4	
03	33 5	RCL 5	
04	61 4	SBR 4	
05	33 4	RCL 4	
06	61 4	SBR 4	
07	33 3	RCL 3	
08	61 4	SBR 4	
09	33 2	RCL 2	
10	61 4	SBR 4	
11	33 1	RCL 1	
12	61 4	SBR 4	
13	33 0	RCL 0	
14	85	=	
15	81	R/S	A: p(x)
16	71	RST	
17	86 4	*Lbl 4	
18	85	=	
19	55	×	
20	33 7	RCL 7	
21	75	+	
22	– 61	INV SBR	

R_i	Inhalt
0	a_0
1	a_1
2	a_2
3	a_3
4	a_4
5	a_5
6	a_6
7	x

Arithmetische Folgen

Glieder einer arithmetischen Folge

$a_1;\ a_1+d;\ a_1+2d;\ \ldots;\ a_1+(n-1)d$
$a_i=a_1+(i-1)d \qquad i=2, 3, \ldots$

a_1 ... Anfangsglied
n ... Anzahl der Glieder
d ... Differenz

BEISPIEL

Wie lautet die arithmetische Folge mit $a_1=7$; $d=-3$ und $n=5$?

Lösung: $\langle 7; 4; 1; -2; -5 \rangle$

Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	22	x⇄t	
01	75	+	
02	22	x⇄t	
03	85	=	
04	34 0	SUM 0	
05	81	R/S	A: a_i
06	71	RST	
07			
08			

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
1.		RST			
2. Eingeben: Differenz	d	x⇄t			
Anfangsglied	a_1	STO 0			
3.a Glieder berechnen				R/S	a_2
				R/S	a_3
				⋮	⋮
				R/S	a_n
3.b Zwischensumme abrufen				*EXC 0	s_i
				*EXC 0	a_i
(bei 3.a fortsetzen)					

Summe einer arithmetischen Reihe

$$s_n = \frac{n}{2}\,[2a_1 + (n-1)d]$$

s_n ... Summe der ersten n Glieder

BEISPIEL

Gegeben: $a_1 = 17{,}3$, $d = 3{,}1$, $n = 5$

Gesucht: s_5

Lösung: $s_5 = 117{,}5$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Eingeben :					
Anzahl der Glieder	n	R/S			1.
Differenz	d	R/S			2.
Anfangsglied	a_1	R/S			s_n

Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	55	×	E: n
01	22	x⇄t	
02	01	1	
03	- 34 7	INV SUM 7	
04	81	R/S	A: 1. E: d
05	39 7	*Prd 7	
06	02	2	
07	- 39 7	INV *Prd 7	
08	81	R/S	A: 2. E: a_1
09	34 7	SUM 7	
10	22	x⇄t	
11	85	=	
12	81	R/S	A: s_n
13	71	RST	

Geometrische Folgen

Glieder einer geometrischen Folge

$a_1;\ a_1q;\ a_1q^2;\ a_1q^3;\ \ldots$
$a_i = a_1q^{i-1} \qquad i = 2, 3, \ldots$

a_1 ... Anfangsglied
q ... Quotient
n ... Anzahl der Glieder einer Folge

BEISPIEL

Gegeben: $a_1 = 5$
$q = 3$

Gesucht: $a_2, \ldots, a_6$

Lösung: 15, 45, 135, 405, 1215

Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	22	x⇄t	
01	55	×	
02	22	x⇄t	
03	85	=	
04	34 0	SUM 0	
05	81	R/S	A: a_i
06	71	RST	
07			
08			

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
1.		RST			
2. Eingabe :					
Quotient	q	x⇄t			
Anfangsglied	a_1	STO 0			
3.a Glieder berechnen				R/S	a_2
				R/S	a_3
				⋮	⋮
				R/S	a_n
3.b Zwischensummen abrufen				*EXC 0	s_i
				*EXC 0	a_i
(bei 3.a fortsetzen)					

Summe einer endlichen geometrischen Reihe

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1} \qquad q \neq 1 \qquad \ldots^1$$

Bei der Verwendung eines Taschenrechners muß darauf geachtet werden, daß y^x nur für $y \geqq 0$ definiert ist.

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	86 0	*Lbl 0	
01	22	x⇄t	
02	01	1	
03	84	+/−	
04	55	×	
05	22	x⇄t	
06	86 1	*Lbl 1	
07	32 1	STO 1	
08	40	* |x|	
09	35	y^x	
10	81	R/S	E: n
11	65	−	
12	01	1	
13	− 34 1	INV SUM 1	
14	85	=	
15	45	:	
16	33 1	RCL 1	
17	55	×	
18	81	R/S	E: a_1
19	85	=	
20	81	R/S	A: s_n

BEISPIEL

Gegeben: $a_1 = 4$
$q = 2$
$n = 5$

Gesucht: s_5

Lösung: $s_5 = 124$

BEISPIEL

Gegeben: $a_1 = 4$
$q = -2$
$n = 6$

Gesucht: s_6

Lösung: $s_6 = -84$

BEISPIEL

Gegeben: $a_1 = 4$
$q = -2$
$n = 5$

Gesucht: s_5

Lösung: $s_5 = 44$

[1] Für $q = 1$ gilt: $s_n = n a_1$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
1.a) n ungerade und q<0	q	SBR 0			|q|
b) übrige Fälle	q	SBR 1			|q|
2.	n	R/S			
	a_1	R/S			s_n

Summe einer unendlichen geometrischen Reihe

$$s = \frac{a_1}{1-q} \qquad |q| < 1$$

a_1 ... Anfangsglied
q ... Quotient

BEISPIEL

Gegeben: $3 + 1{,}5 + 0{,}75 + \ldots$

Gesucht: s

Lösung: $s = 6$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
	a_1	R/S			1.
	q	R/S			s

Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	45	:	E: a_1
01	43	(	
02	01	1	
03	65	−	
04	81	R/S	A: 1 E: q
05	85	=	
06	81	R/S	A: s
07	71	RST	

Lineare Interpolation in Tabellen

Gegeben: $(x_1|y_1)$, $(x_2|y_2)$, $x \in [x_1, x_2]$

Gesucht: $y = f(x)$ durch lineare Interpolation

$$y = y_1 + \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} \cdot (x - x_1)$$

BEISPIEL

Gegeben seien die Wertepaare (3,7|1,2) und (4,9|1,7). Durch lineare Interpolation ist $f(4{,}0)$ zu berechnen.

Lösung: $f(4{,}0) = 1{,}325$

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle	Anzeige
	RST	
y_1	R/S	y_1
y_2	R/S	-D
x_1	R/S	
x_2	R/S	
x	R/S	y

Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	75	+	E: y_1
01	43	(	
02	14	CE	
03	65	-	
04	81	R/S	A: y_1 E: y_2
05	44	)	
06	45	:	
07	43	(	
08	81	R/S	A: -D E: x_1
09	65	-	
10	22	x⇄t	
11	81	R/S	E: x_2
12	44	)	
13	55	x	
14	43	(	
15	81	R/S	E: x
16	65	-	
17	22	x⇄t	
18	85	=	
19	81	R/S	A: y
20	71	RST	

Umwandlung: Dezimalzahl d ↔ Zahl z zur Basis b

$z_b \rightarrow d$

$z_b : b = q_0$, Rest r_0

$q_{i-1} : \bar{b} = q_i$, Rest r_i, $i = 1, 2, \ldots$

so lange, bis $q_i = 0$, dann gilt: $d = \sum_{j=0}^{i} r_j \cdot b^j$

b ... Basis,

$\bar{b}$ ... nächstgrößere reine Zehnerpotenz, z. B.:

$b = 8 \rightarrow \bar{b} = 10$;

$b = 16 \rightarrow \bar{b} = 100$

$d \rightarrow z_b$

$d : b = q_0$, Rest r_0

$q_{i-1} : b = q_i$, Rest r_i, $i = 1, 2, \ldots$

so lange, bis $q_i = 0$, dann gilt: $z_b = \sum_{j=0}^{i} r_j \cdot \bar{b}^j$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
	b	STO 1			
	$\bar{b}$	STO 2			
d in z_b umwandeln	d	x⇄t			0.
	2	R/S			z_b
z_b in d umwandeln	z_b	x⇄t	R/S		d ; " x "
bei Blinken der Anzeige				CE	x

Eine Ziffer ≧b wird angezeigt. Man kann mit dieser „falschen" Ziffer mit [R/S] weiterrechnen, oder, nach [CLR]·[x⇄t] [RST], die Zahl z_b neuerlich, diesmal richtig, eingeben.

<u>Beachte</u>: Die Ein- bzw. Ausgabe von Zahlen z_b mit 100>b>10 erfolgt mit zwei Ziffern für jede Einzelziffer der Zahl, nur die führende Null wird nicht angezeigt (A≙10, B≙11,...; (5FC9)$_{16}$ ≙ 5151209$_{16}$). Ein häufig auftretender Fehler bei der Eingabe solcher Zahlen ist das Vergessen einer Null :

5FC9 ≙ 5151209 wird zu 515129.

Dieser Fehler erzeugt oft „zu große" Ziffern (≧b), die dann blinkend angezeigt werden.

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	32 0	STO 0	E: 0; 2
01	33 2	RCL 2	
02	22	x⇄t	
03	32 6	STO 6	
04	33 1	RCL 1	
05	56	*Dsz	$d \rightarrow z_b$?
06	22	x⇄t	ja: $b \rightleftarrows \bar{b}$
07	32 3	STO 3	
08	22	x⇄t	
09	32 4	STO 4	
10	01	1	
11	32 5	STO 5	
12	− 56	INV *Dsz	R_0: = 0
13	33 6	RCL 6	
14	86 1	*Lbl 1	
15	45	:	
16	33 1	RCL 1	
17	22	x⇄t	
18	33 4	RCL 4	
19	65	−	
20	49	*Int	
21	32 6	STO 6	R_6: = q_i
22	85	=	
23	55	×	
24	33 4	RCL 4	
25	55	×	
26	76	*x≥t	$r_i \geqq b$?
27	51 0	GTO 0	ja: Blinken
28	33 5	RCL 5	
29	85	=	
30	34 0	SUM 0	
31	33 3	RCL 3	
32	39 5	*Prd 5	
33	33 6	RCL 6	
34	19	*C.t	
35	− 66	INV * x=t	$q_i \neq 0$?
36	51 1	GTO 1	ja:→PS 15
37	33 0	RCL 0	
38	81	R/S	
39	71	RST	

R_i	Inhalt
0	; Resultat
1	b
2	$\bar{b}$
3	$\bar{b}$; b
4	b ; $\bar{b}$
5	$\bar{b}^i$; b^i
6	z ; q_i
7	belegt

BEISPIELE

1. 100 ist in eine *Binärzahl* (Basis 2, Ziffern 0, 1) umzuwandeln.
2. 743 ist in eine *Oktalzahl* (Basis 8, Ziffern 0, 1, ..., 7) umzuwandeln.
3. 24 521 ist in eine *Hexadezimalzahl* (Basis 16, Ziffern 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F) umzuwandeln.

Lösungen:

1. $(1100100)_2$
2. $(1347)_8$
3. $(5FC9)_{16}$

Größter gemeinsamer Teiler und kleinstes gemeinsames Vielfaches[1]

Euklid-Algorithmus für die Bestimmung von $\mathrm{ggT}(x,y)$:

$$r = x - y\left[\frac{x}{y}\right] \qquad \ldots^{2}$$

Der letzte, nicht verschwindende Rest r ist $\mathrm{ggT}(x,y)$.

$$\mathrm{kgV}(x,y) = \frac{xy}{\mathrm{ggT}(x,y)}$$

BEISPIELE

1. Gegeben: $a_1 = 437$; $a_2 = 551$; $a_3 = 703$

Gesucht: $v(a_1, a_2, a_3)$, $T(a_1, a_2, a_3)$

Lösung: $v = 468901$; $T = 19$

2. Gegeben: $a_1 = 144$; $a_2 = 60$; $a_3 = 36$; $a_4 = 240$

Gesucht: $v(a_1, a_2, a_3, a_4)$, $T(a_1, a_2, a_3, a_4)$

Lösung: $v = 720$; $T = 12$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
	a_1	RST	R/S		a_1
	a_2	R/S			$v(a_1,a_2)$
		R/S			$T(a_1,a_2)$
	a_3	R/S			$v(a_1,a_2,a_3)$
		R/S			$T(a_1,a_2,a_3)$
	a_4	R/S			$v(a_1)$
		⋮			⋮

[1] Wir beschränken uns auf positive ganze Zahlen.

[2] $[a]$ ist das Symbol für die größte ganze Zahl $\leqq a$.

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	19	*C.t	E: a_1
01	32 1	STO 1	
02	32 2	STO 2	
03	00	0	
04	32 0	STO 0	
05	86 0	*Lbl 0	
06	56	*Dsz	
07	51 2	GTO 2	
08	02	2	
09	32 0	STO 0	
10	33 2	RCL 2	
11	38 1	*Exc 1	
12	32 3	STO 3	
13	81	R/S	A:ggT ; E: a_i
14	39 2	*Prd 2	
15	86 1	*Lbl 1	
16	65	−	
17	43	(	
18	14	CE	
19	45	:	
20	33 1	RCL 1	
21	44	)	
22	49	*Int	
23	55	×	
24	33 1	RCL 1	
25	85	=	x : = r_k
26	66	*x = t	
27	51 0	GTO 0	
28	38 1	*Exc 1	
29	51 1	GTO 1	
30	86 2	*Lbl 2	
31	33 1	RCL 1	
32	− 39 2	INV *Prd 2	
33	33 2	RCL 2	
34	81	R/S	A: kgV
35	33 3	RCL 3	
36	51 1	GTO 1	

R_i	Inhalt
0	Zähler
1	r_k
2	kg V
3	gg T
4	
5	
6	
7	0

Komplexe Zahlen

Addition und Subtraktion von komplexen Zahlen

$$(a_1+b_1\mathrm{j})\pm(a_2+b_2\mathrm{j})=(a_1\pm a_2)+(b_1\pm b_2)\mathrm{j}$$
$$= \quad u \quad + \quad v\mathrm{j} \qquad \ldots\,1$$

Multiplikation von komplexen Zahlen

$$z_1=a_1+b_1\mathrm{j}=r_1\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_1} \qquad z_2=a_2+b_2\mathrm{j}=r_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_2}$$
$$z_1\cdot z_2=u+v\mathrm{j}=r_1r_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_1+\varphi_2)}$$
$$u=a_1a_2-b_1b_2 \qquad v=a_1b_2+b_1a_2 \qquad \ldots\,1$$

Division von komplexen Zahlen

$$z_1=a_1+b_1\mathrm{j}=r_1\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_1} \qquad z_2=a_2+b_2\mathrm{j}=r_2\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi_2}$$
$$z=\frac{z_1}{z_2}=u+v\mathrm{j}=\frac{r_1}{r_2}\,\mathrm{e}^{\mathrm{j}(\varphi_1-\varphi_2)}$$
$$u=\frac{a_1a_2+b_1b_2}{a_2^2+b_2^2} \qquad v=\frac{b_1a_2-a_1b_2}{a_2^2+b_2^2} \qquad \ldots\,1$$

Potenzieren einer komplexen Zahl

$$z=a+b\mathrm{j}=\mathrm{r}\mathrm{e}^{\mathrm{j}\varphi} \qquad z^n=u+v\mathrm{j}=r^n\mathrm{e}^{\mathrm{j}n\varphi}$$

Radizieren einer komplexen Zahl

$$z=a+b\mathrm{j} \qquad z=(\varphi;r)$$
$$z_k=\sqrt[n]{z}=u_k+v_k\mathrm{j} \qquad z_k=\left(\frac{\varphi+k\cdot 360^\circ}{n};\ \sqrt[n]{r}\right) \qquad k=0,\,1,\,2,\,\ldots,\,n-1$$

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	33 1	RCL 1	Abrufen
01	– 13	INV ln x	$x := e^{\ln r} = r$
02	22	x⇄t	
03	33 3	RCL 3	Winkel
04	27	*P→R	
05	22	x⇄t	
06	81	R/S	A : u
07	33 2	RCL 2	
08	34 3	SUM 3	$R_3 := R_3 + 360/n$
09	71	RST	
10	86 0	*Lbl 0	E : 1.Operand
11	32 1	STO 1	
12	00	0	R_1 und R_3
13	32 3	STO 3	löschen
14	38 1	*Exc 1	$x := b_1$
15	86 7	*Lbl 7	
16	– 27	INV *P→R	
17	22	x⇄t	
18	13	ln x	
19	88	* ∑+	
20	– 61	INV SBR	
21	86 1	*Lbl 1	
22	61 7	SBR 7	Produkt
23	71	RST	
24	86 2	*Lbl 2	
25	– 27	INV *P→R	
26	22	x⇄t	
27	13	ln x	
28	– 88	INV * ∑+	Quotient
29	71	RST	
30	86 3	*Lbl 3	E : n
31	39 1	*Prd 1	
32	39 3	*Prd 3	Potenz
33	71	RST	
34	86 4	*Lbl 4	E : n
35	25	1/x	
36	39 1	*Prd 1	n – te Wurzel
37	39 3	*Prd 3	
38	32 2	STO 2	
39	33 6	RCL 6	
40	39 2	*Prd 2	$R_2 := 360 / n$
41	71	RST	
42	86 6	*Lbl 6	E : 2.Summand
43	88	* ∑+	Addition
44	86 5	*Lbl 5	E : 1.Summand
45	38 1	*Exc 1	(Abrufen)
46	22	x⇄t	
47	38 3	*Exc 3	
48	81	R/S	A : u
49	51 6	GTO 6	

R_i	Inhalt
0	belegt
1	belegt
2	belegt
3	belegt
4	belegt
5	belegt
6	3 6 0 (Deg – Modus)
7	belegt

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
	360	STO 6	*Deg		360.
1. ersten Operanden eingeben	a_1	x⇄t			
	b_1				
2.a für x, :, z^n, $\sqrt[n]{z}$ speichern *)		SBR 0			
2.b für +, − **) speichern		SBR 5			
3.a für +, − **), x, : zweiten	a_2	x⇄t			
Operanden eingeben,	b_2				
Addition durchführen		R/S			u⇒4.
Multiplikation durchführen		SBR 1			u⇒4.
Division durchführen		SBR 2			u⇒4.
3.b für z^n, $\sqrt[n]{z}$ Exponenten	n				
eingeben					
Potenz z^n berechnen		SBR 3			u⇒4.
Wurzeln $\sqrt[n]{z}$ berechnen		SBR 4			u_0⇒4.
				R/S	u_1⇒4.
				⋮	⋮
				R/S	u_{k-1}⇒4.
4. Imaginärteil abrufen		x⇄t			v

*) kann bei Verwendung des Resultates einer solchen Operation als erster Operand der nächsten entfallen.
**) Subtraktion von z_2 als Addition von $-z_2$ durchführen.

BEISPIELE

1. Gegeben: $z_1 = -3 - 5\,\mathrm{j}$
$z_2 = -4 + 7\,\mathrm{j}$

Gesucht: $z_1 + z_2$
$z_1 - z_2$

Lösung:
$z_1 + z_2 = -7 + 2\,\mathrm{j}$
$z_1 - z_2 = 1 - 12\,\mathrm{j}$

2. Gegeben: $z_1 = 5 - 3\,\mathrm{j}$
$z_2 = 2 + 4\,\mathrm{j}$

Gesucht: $z_1 \cdot z_2$

Lösung: $22 + 14\,\mathrm{j}$

3. Gegeben: $z_1 = 22 + 14\,\mathrm{j}$
$z_2 = 2 + 4\,\mathrm{j}$

Gesucht: $\dfrac{z_1}{z_2}$

Lösung: $5 - 3\,\mathrm{j}$

4. Gegeben: $z = 2 - 3\,\mathrm{j}$

Gesucht: $z^5,\ z^{-2}$

Lösung:
$z^5 = 122 + 597\,\mathrm{j}$;
$z^{-2} = -0{,}0296 + 0{,}0710\,\mathrm{j}$

5. Gegeben: $z = 3 + 4\,\mathrm{j}$

Gesucht: $\sqrt{z},\ \sqrt[3]{z}$

Lösung: a) $z_0 = 2 + \mathrm{j}$; $z_1 = -2 - \mathrm{j}$
b) $z_0 = 1{,}629 + 0{,}520\,\mathrm{j}$;
$z_1 = -1{,}265 + 1{,}151\,\mathrm{j}$;
$z_2 = -0{,}364 - 1{,}671\,\mathrm{j}$

Determinanten

Zweireihige Determinanten

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Zeilenweises Eingeben	a_{11}	R/S			a_{11}
der Elemente	a_{12}	R/S			
	a_{21}	R/S			a_{21}
	a_{22}	R/S			D

Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	55	×	E:a_{11}
01	81	R/S	A:a_{11} E:a_{12}
02	22	x⇄t	
03	81	R/S	E:a_{21}
04	39 7	*Prd 7	
05	81	R/S	A:a_{21} E:a_{22}
06	65	−	
07	22	x⇄t	
08	85	=	
09	81	R/S	A: D
10	71	RST	

BEISPIEL

$D = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}$ ist zu berechnen.

Lösung: $D = 7$

Dreireihige Determinanten

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \begin{array}{l} a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{13}a_{21}a_{32} \\ -a_{13}a_{22}a_{31} - a_{12}a_{21}a_{33} - a_{11}a_{23}a_{32} \end{array}$$

BEISPIEL

$D = \begin{vmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 5 & 1 & -2 \\ 1 & -5 & 3 \end{vmatrix}$ ist zu berechnen.

Lösung: $D = -91$

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	32 0	STO 0	
01	81	R/S	
02	32 1	STO 1	
03	81	R/S	
04	32 2	STO 2	
05	81	R/S	
06	32 3	STO 3	
07	81	R/S	
08	32 4	STO 4	
09	81	R/S	
10	22	x⇄t	
11	15	CLR	
12	86 1	*Lbl 1	
13	81	R/S	
14	55	×	
15	43	(	
16	33 1	RCL 1	
17	55	×	
18	38 0	*Exc 0	
19	38 2	*Exc 2	
20	32 1	STO 1	
21	33 7	RCL 7	
22	38 4	*Exc 4	
23	38 3	*Exc 3	
24	22	x⇄t	

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
25	65	−	
26	33 1	RCL 1	
27	55	×	
28	33 3	RCL 3	
29	44	)	
30	75	+	
31	51 1	GTO 1	

R_i	Inhalt
0	a_{11}; a_{12}; a_{13}; a_{11}
1	a_{12}; a_{13}; a_{11}; a_{12}
2	a_{13}; a_{11}; a_{12}; a_{13}
3	a_{21}; a_{22}; a_{23}; a_{21}
4	a_{22}; a_{23}; a_{21}; a_{22}
5	
6	
7	a_{23}; a_{21}; a_{22}; a_{23}

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle			Anzeige
a_{11}	RST	R/S		a_{11}
a_{12}	R/S			a_{12}
a_{13}	R/S			a_{13}
a_{21}	R/S			a_{21}
a_{22}	R/S			a_{22}
a_{23}	R/S			0
a_{31}	R/S			
a_{32}	R/S			
a_{33}	R/S			0

Lineare Gleichungssysteme

Lineares Gleichungssystem in 2 Variablen

Das System

$$a_{11}x + a_{12}y = a_1$$
$$a_{21}x + a_{22}y = a_2$$

ist genau dann eindeutig lösbar, wenn die Koeffizientendeterminante

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} \neq 0 \quad \text{ist.}$$

BEISPIEL

Das System $\begin{matrix} 2x - 3y = -12 \\ 5x + 7y = -1 \end{matrix}$ ist zu lösen

Lösung: $x = -3 \qquad y = 2$

Die Lösung erfolgt hier mit Hilfe des **Gauß-Algorithmus.**

$$\text{(I)} \qquad x + \frac{a_{12}}{a_{11}} y = \frac{a_1}{a_{11}} \qquad (a_{11} \neq 0)$$

$$\text{(II)} \qquad x + \frac{a_{22}}{a_{21}} y = \frac{a_2}{a_{21}} \qquad (a_{21} \neq 0)$$

$$\text{(II)} - \text{(I)} \qquad y = \frac{a_2' - a_1'}{a_{22}' - a_{12}'} \qquad \text{mit} \quad a_{12}' = \frac{a_{12}}{a_{11}};\ a_1' = \frac{a_1}{a_{11}}$$

$$x = a_1' - a_{12}' y \qquad a_{22}' = \frac{a_{22}}{a_{21}};\ a_2' = \frac{a_2}{a_{21}}$$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Zeilenweises Eingeben	a_{11}	R/S			
der Koeffizienten	a_{12}	R/S			
	a_1	R/S			
	a_{21}	R/S			
	a_{22}	R/S			
	a_2	R/S			x
		x ⇄ t			y

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	25	1/x	E: a_{11}
01	84	+/−	
02	32 1	STO 1	
03	32 2	STO 2	
04	81	R/S	E: a_{12}
05	39 1	*Prd 1	
06	81	R/S	E: a_1
07	39 2	*Prd 2	
08	81	R/S	E: a_{21}
09	55	×	
10	22	x⇄t	
11	33 1	RCL 1	
12	75	+	
13	81	R/S	E: a_{22}
14	85	=	
15	22	x⇄t	
16	55	×	
17	33 2	RCL 2	
18	75	+	
19	81	R/S	E: a_2
20	85	=	
21	45	:	
22	22	x⇄t	
23	55	×	
24	22	x⇄t	
25	33 1	RCL 1	
26	65	−	
27	33 2	RCL 2	
28	85	=	
29	81	R/S	A: x
30	71	RST	

R_i	Inhalt
0	
1	$-a_{12}'$
2	$-a_1'$
3	
4	
5	
6	
7	belegt ; y

Lineares Gleichungssystem in 3 Variablen

Das inhomogene lineare Gleichungssystem

$$\begin{aligned} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z &= a_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z &= a_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z &= a_3 \end{aligned}$$

ist genau dann eindeutig lösbar, wenn

$$D = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \neq 0 \quad \text{ist.}$$

BEISPIEL

Das folgende Gleichungssystem ist zu lösen:

(I) $-2{,}50x + 4{,}63y - 2{,}18z = -8{,}53$
(II) $5{,}83x + 7{,}80y + 3{,}75z = 22{,}6$
(III) $4{,}23x - 6{,}43y + 2{,}45z = 15{,}2$

Lösung: $x = 4{,}047\,28$
$y = 0{,}110\,14$
$z = -0{,}494\,61$

Die Lösung erfolgt hier mit Hilfe des **verketteten Gauß-Algorithmus**[1].

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Koeffizienten zeilenweise	a_{11}	x⇄t			
eingeben	a_{12}	R/S	STO 0		a_{12}/a_{11}
	a_{13}	R/S	STO 1		a_{13}/a_{11}
	a_1	R/S	STO 2		a_1/a_{11}
	a_{21}	x⇄t			a_{11}
	a_{22}	SBR 0	1/x	+/-	$-1/b_{22}$
		STO 3	STO 4	STO 5	
	a_{23}	R/S	*Prd 3	*Prd 4	b_{23}
	a_2	R/S	*Prd 5		b_2
	a_{31}	x⇄t			a_{21}
	a_{32}	R/S	SBR 1		
	a_{33}	R/S			b_{33}
	a_3	R/S			z
				R/S	y
				R/S	x

[1] Zum Beispiel: Schärf, Mathematik für Höhere Technische Lehranstalten, Band 4.

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	45	:	
01	33 7	RCL 7	
02	85	=	
03	81	R/S	
04	71	RST	
05	86 0	*Lbl 0	
06	43	(	
07	14	CE	
08	65	−	
09	33 2	RCL 2	
10	38 1	*Exc 1	
11	38 0	*Exc 0	
12	32 2	STO 2	
13	55	×	
14	33 7	RCL 7	
15	44	)	
16	−61	INV SBR	
17	51 0	GTO 0	
18	86 1	*Lbl 1	
19	39 3	*Prd 3	
20	55	×	
21	33 5	RCL 5	
22	75	+	
23	81	R/S	
24	61 0	SBR 0	

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
25	34 3	SUM 3	
26	81	R/S	
27	61 0	SBR 0	
28	85	=	
29	45	:	
30	33 3	RCL 3	
31	55	×	
32	81	R/S	A: z
33	39 1	*Prd 1	
34	38 4	*Exc 4	
35	65	−	
36	33 5	RCL 5	
37	85	=	
38	81	R/S	A: y
39	55	×	
40	38 0	*Exc 0	
41	84	+/−	
42	75	+	
43	33 2	RCL 2	
44	65	−	
45	33 1	RCL 1	
46	85	=	
47	81	R/S	A: x
48	71	RST	
49			

R_i	Inhalt
0	a_{12}/a_{11} y
1	a_{13}/a_{11} $z.a_{13}/a_{11}$
2	a_1 /a_{11}
3	$-1/b_{22}$; $-b_{23}/b_{22}$; c_{33}
4	$-1/b_{22}$; $-b_{23}/b_{22}$; z
5	$-1/b_{22}$; $-b_2 /b_{22}$
6	
7	a_{11} ; a_{21} ; a_{31}

Quadratische Gleichung $Ax^2+Bx+C=0$

Die Lösungen der Gleichung

$A x^2 + Bx + C = 0$

lauten:

$$x_1 = \frac{-B+\sqrt{B^2-4AC}}{2A} \quad \text{und} \quad x_2 = \frac{-B-\sqrt{B^2-4AC}}{2A}$$

BEISPIELE

		Lösungen:	
1.	$x^2+7{,}2x-3{,}72=0$	$x_1=0{,}484\,12$	$x_2=-7{,}6841$
2.	$x^2-3{,}24x+2{,}6244=0$	$x_1=x_2=1{,}62$	
3.	$x^2-1{,}5x+24{,}7=0$	$x_1=0{,}75+4{,}913\,\mathrm{j}$	$x_2=0{,}75-4{,}913\,\mathrm{j}$
4.	$5{,}3x^2+9{,}7x+45{,}3=0$	$x_1=-0{,}9151+2{,}7766\,\mathrm{j}$ $x_2=-0{,}9151-2{,}7766\,\mathrm{j}$	

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Koeffizienten eingeben	A	R/S			
	B	R/S			2.
	C	R/S			x_1 ; "Im"
bei nicht blinkender Anzeige				x ⇄ t	x_2
bei blinkender Anzeige		CE			Im_2x_1
	0	R/S			Re_2x_1

Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	25	1/x	E: A
01	84	+/-	
02	32 0	STO 0	
03	22	x⇄t	
04	81	R/S	E: B
05	39 7	*Prd 7	
06	02	2	
07	- 39 7	INV *Prd 7	
08	81	R/S	A: 2. E: C
09	39 0	*Prd 0	
10	33 7	RCL 7	
11	65	-	
12	39 7	*Prd 7	
13	22	x⇄t	
14	34 0	SUM 0	
15	33 0	RCL 0	
16	24	$\sqrt{x}$	"Im" E: 0
17	34 7	SUM 7	
18	85	=	
19	81	R/S	A: x_1; Re
20	71	RST	

Kubische Gleichung $x^3+ax^2+bx+c=0$

Man berechnet eine reelle Wurzel mit Hilfe des Newton-Näherungsverfahrens[1].

Dann berechnet man die Wurzeln x_2 und x_3 aus der quadratischen Gleichung $x^2+px+q=0$ mit $p=a+x_1$ und $q=x_1{}^2+ax_1+b$.

BEISPIELE[2]

		Lösungen:		
1.	$x^3-19x^2+81x+101=0$	$x_1=-1$	$x_2=10+\mathrm{j}$	$x_3=10-\mathrm{j}$
2.	$x^3-\ 9x^2+24x-\ 16=0$	$x_1=\ 1$	$x_2=x_3=4$	
3.	$x^3-13x^2+20x+100=0$	$x_1=10$	$x_2=5$	$x_3=-2$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Koeffizienten eingeben	a	STO 1			a
	b	STO 2			b
	c	STO 3			c
Genauigkeitsgrad eingeben	ε	x⇄t			
Iteration durchführen		R/S			'x_i'
					x_1
				R/S	x_2; "Im"
bei nicht blinkender Anzeige				x⇄t	x_3
bei blinkender Anzeige				CE	Im_2x_3
	0			R/S	Re_2x_3

[1] Dieses Verfahren setzt $f'(x)\neq 0$ voraus und ist daher für kubische Gleichungen mit $x_1=x_2=x_3$ nicht anwendbar.

[2] $\varepsilon=0{,}000001$

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	33 1	RCL 1	
01	32 4	STO 4	
02	33 0	RCL 0	
03	36	*Pause	'x_i'
04	34 4	SUM 4	
05	39 4	*Prd 4	
06	23	x^2	
07	32 6	STO 6	
08	33 2	RCL 2	
09	34 4	SUM 4	
10	− 34 6	INV SUM 6	
11	33 4	RCL 4	
12	32 5	STO 5	
13	34 6	SUM 6	
14	34 6	SUM 6	$R_6 := f'(x)$
15	33 0	RCL 0	
16	39 5	*Prd 5	
17	33 3	RCL 3	
18	34 5	SUM 5	$R_5 := f(x)$
19	33 6	RCL 6	
20	− 39 5	INV *Prd 5	$R_5 := \Delta x$
21	33 5	RCL 5	
22	− 34 0	INV SUM 0	$x_{i+1} = x_i - \Delta x$
23	40	*|x|	
24	76	*x ≥ t	$\|\Delta x\| \geq \varepsilon$?
25	71	RST	ja: ⟶ PS 00
26	33 0	RCL 0	
27	34 1	SUM 1	
28	81	R/S	A: x_1
29	02	2	
30	84	+/−	
31	− 39 1	INV *Prd 1	
32	33 1	RCL 1	
33	39 1	*Prd 1	
34	65	−	
35	22	x ⇄ t	
36	33 4	RCL 4	
37	− 34 1	INV SUM 1	
38	33 1	RCL 1	
39	24	$\sqrt{x}$	"Im_2x_3"
40	34 7	SUM 7	
41	85	=	
42	81	R/S	A: x_2; Re_2x_3
43	71	RST	

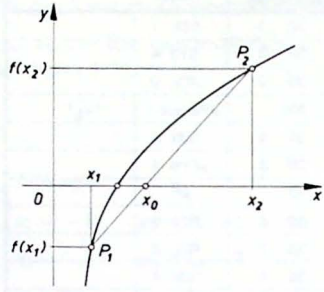
R_i	Inhalt
0	x_1
1	a ; a + x ; − p/2 ; D
2	b
3	c
4	$x^2 + a x + b$
5	f (x); Δx
6	f'(x)
7	ε; x_3

Näherungsweise Auflösung von Gleichungen

Regula falsi

Falls sign $f(x_1) \neq$ sign $f(x_2)$, so gilt:

$$x_0 = x_1 - f(x_1) \cdot \frac{x_2 - x_1}{f(x_2) - f(x_1)}$$



BEISPIEL

$e^{-x} + \frac{x}{5} - 1 = 0$ $\qquad \varepsilon = 1 \cdot 10^{-6}$

$f(x) = e^{-x} + \frac{x}{5} - 1$

x	$f(x)$
4,9	−0,01255
5,0	0,00674
4,96507	−0,00001
5	0,00674
4,96511	0,00000

Lösung: $x = 4{,}96511$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
UPRO für f(x) eingeben		GTO *38	LRN	.....	
(x wird im X-Register übernom-		.....	..f(x)..	.....	
men, [=] darf verwendet werden)		INV SBR	LRN	RST	
gewünschte Genauigkeit und	ε	STO 0			
Anfangswerte eingeben,	x_1	STO 1			
Programmablauf starten	x_2	R/S			'x_0'
					'f(x_0)'
					x_0

Beachte: Das UPRO zur Berechnung von $f(x)$ befindet sich im Programm (PS 37 bis PS 48).

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	32 2	STO 2	
01	32 5	STO 5	
02	61 4	SBR 4	
03	32 6	STO 6	
04	33 1	RCL 1	
05	32 4	STO 4	
06	− 34 5	INV SUM 5	
07	61 4	SBR 4	
08	32 3	STO 3	
09	− 34 6	INV SUM 6	
10	39 5	*Prd 5	
11	33 6	RCL 6	
12	− 39 5	INV *Prd 5	
13	33 5	RCL 5	
14	− 34 4	INV SUM 4	
15	33 4	RCL 4	
16	36	*Pause	'x_0'
17	61 4	SBR 4	
18	36	*Pause	'$f(x_0)$'
19	39 3	*Prd 3	
20	40	*|x|	
21	22	x ⇄ t	
22	33 0	RCL 0	
23	76	*x ≥ t	
24	51 0	GTO 0	

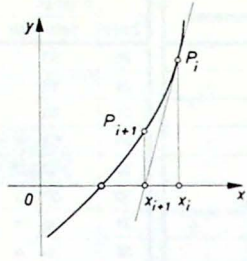
Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
25	33 3	RCL 3	
26	19	*C.t	
27	76	*x ≥ t	
28	51 1	GTO 1	
29	33 2	RCL 2	
30	32 1	STO 1	
31	86 1	*Lbl 1	
32	33 4	RCL 4	
33	71	RST	
34	86 0	*Lbl 0	
35	33 4	RCL 4	
36	81	R/S	A: x_0
37	86 4	*Lbl 4	
38	45	:	
39	22	x ⇄ t	
40	05	5	
41	75	+	
42	22	x ⇄ t	
43	− 13	INV lnx	
44	25	1/x	
45	65	−	
46	01	1	
47	85	=	
48	− 61	INV SBR	

R_i	Inhalt
0	ε
1	x_1
2	x_2
3	$f(x_1) \cdot f(x_0)$
4	x_0
5	$x_2 - x_1$
6	$f(x_2) - f(x_1)$
7	$f'(x_0)$; 0

Näherungsverfahren von Newton

$$x_2 = x_1 - \frac{f(x_1)}{f'(x_1)}$$

$$x_{i+1} = x_i - \frac{f(x_i)}{f'(x_i)}$$



BEISPIELE

1. $x - \cos x = 0$ $\quad \varepsilon = 1 \cdot 10^{-5}$

$f(x) = x - \cos x$

$f'(x) = 1 + \sin x$ $\quad x_1 = 1$

Lösung: $x = 0{,}73909$

x	$f(x)$
1	0,45970
0,75036	0,01892
0,73911	0,00005
0,73909	0,00000

Die UPROS für $f(x)$ und $f'(x)$ befinden sich im Programm.

2. $e^{-x} + \frac{x}{5} - 1 = 0$ $\quad \varepsilon = 1 \cdot 10^{-5}$

$f(x) = e^{-x} + \frac{x}{5} - 1$

$f'(x) = -e^{-x} + \frac{1}{5}$

Es ist $x_1 = 0$.

Die zweite Lösung ist zu ermitteln.

Wir wählen $x_2 = 5$.

x	$f(x)$
5	0,00674
4,96514	0,00000

Lösung:

$x_2 = 4{,}96514$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
1. Unterprogramme für f(x)		GTO 0	LRN	.....	
und f'(x) (darf kein		..f(x)..	=	INV SBR	
[=] enthalten) eingeben		*Lbl 1	..f'(x)..	INV SBR	
Winkelmodus beachten !		LRN	RST	*Rad	
2. Anfangswert eingeben	x_1	STO 0			
3. Näherungs- und				R/S	x_i
Funktionswerte berechnen				R/S	f(x_i)

Bemerkungen: Das UPRO für $f'(x)$ darf kein [=] enthalten; die zur Berechnung notwendigen Klammern sind in PS 05 und PS 07 im Programm enthalten. Im PS 08 wird vor der Anzeige von x_{i+1} der Wert von $f'(x_i)$ kurz angezeigt. Das Verfahren versagt für $f'(x) = 0$ (Division durch 0 ⇒ Blinken der Anzeige).

Programm

Zu Beispiel 2:

$$f(x) = e^{-x} + \frac{x}{5} - 1$$

$$f'(x) = -e^{-x} + \frac{1}{5}$$

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	33 0	RCL 0	
01	81	R/S	A: x_i
02	61 0	SBR 0	
03	81	R/S	A: f (x_i)
04	45	:	
05	43	(	
06	61 1	SBR 1	
07	44	)	
08	36	*Pause	'f' (x_i)'
09	85	=	
10	– 34 0	INV SUM 0	
11	71	RST	
12	86 0	*Lbl 0	
13	65	–	
14	29	*cos	
15	85	=	
16	– 61	INV SBR	
17	86 1	*Lbl 1	
18	01	1	
19	75	+	
20	33 0	RCL 0	
21	28	*sin	
22	– 61	INV SBR	
23			
24			

12	86 0	*Lbl 0	
13	45	:	
14	05	5	
15	65	–	
16	01	1	
17	75	+	
18	33 0	RCL 0	
19	84	+/–	
20	– 13	INV lnx	
21	85	=	
22	– 61	INV SBR	
23	86 1	*Lbl 1	
24	83	.	
25	02	2	
26	65	–	
27	33 0	RCL 0	
28	84	+/–	
29	– 13	INV lnx	
30	– 61	INV SBR	

R_i	Inhalt
0	x_i
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	

Hyperbelfunktionen und Areafunktionen

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \qquad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

$$\tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x} \qquad \coth x = \frac{1}{\tanh x} \qquad (x \neq 0)$$

BEISPIELE

1. $\sinh 2{,}6 = 6{,}6947$

2. $\cosh(-2{,}6) = 6{,}7690$

3. $\tanh 1{,}8 = 0{,}9468$

4. $\coth 1{,}8 = 1{,}0562$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
Argument (einmal) eingeben	x	x→t			
		SBR 0			sinh x
Funktionswert(e) berechnen		SBR 1			cosh x
		SBR 2			tanh x
		SBR 3			coth x

$$\operatorname{arsinh} x = \ln(x + \sqrt{x^2+1}) \qquad x \in \mathbb{R}$$

$$\operatorname{arcosh} x = \ln(x + \sqrt{x^2-1}) \qquad x \geqq 1$$

$$\operatorname{artanh} x = \ln \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} \qquad |x| < 1$$

$$\operatorname{arcoth} x = \operatorname{artanh} \frac{1}{x} \qquad |x| > 1$$

BEISPIELE

1. $\operatorname{arsinh} 12{,}65 = 3{,}2324$

2. $\operatorname{arcosh} 5{,}64 = 2{,}4151$

3. $\operatorname{artanh} 0{,}687 = 0{,}8423$

4. $\operatorname{arcoth} 4{,}08 = 0{,}2502$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
	x	SBR *07			arsinh x
	x	SBR *02			arcosh x
	x	SBR *14			artanh x
	x	SBR *15			arcoth x

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	13	ln x	
01	81	P/S	A: f (x)
02	23	x^2	
03	65	−	
04	01	1	
05	85	=	
06	24	$\sqrt{x}$	
07	75	+	
08	22	x⇄t	
09	01	1	
10	− 27	INV *P→R	
11	22	x⇄t	
12	85	=	
13	71	RST	
14	25	1/x	
15	75	+	
16	22	x⇄t	
17	01	1	
18	− 34 7	INV SUM 7	
19	85	=	
20	45	:	
21	22	x⇄t	
22	85	=	
23	24	$\sqrt{x}$	
24	71	RST	

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
25	86 2	*Lbl 2	
26	61 0	SBR 0	
27	45	:	
28	86 1	*Lbl 1	
29	02	2	
30	32 0	STO 0	
31	86 0	*Lbl 0	
32	33 7	RCL 7	
33	43	(	
34	− 13	INV ln x	
35	45	:	
36	02	2	
37	65	−	
38	25	1/x	
39	56	*Dsz	
40	84	+/−	
41	45	:	
42	04	4	
43	85	=	
44	− 61	INV SBR	A: f (x)
45	86 3	*Lbl 3	
46	61 1	SBR 1	
47	45	:	
48	51 0	GTO 0	

Programm für Hyperbelfunktionen: PS 00 bis PS 24
Programm für Areafunktionen: PS 25 bis PS 48

Diese Programme sind voneinander unabhängig!

Polynom n-ten Grades mit gegebenen Nullstellen

Wenn $x_1, x_2, \ldots, x_n$ Nullstellen des Polynoms n-ten Grades

$p_n(x) = x^n + a_{n-1}x^{n-1} + a_{n-2}x^{n-2} + \ldots + a_1 x + a_0 \quad (a_j \in \mathbb{R})$

sind, so gilt

$$\begin{aligned}
x_1 x_2 x_3 \ldots x_n &= (-1)^n a_0 \\
&\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
x_1 x_2 x_3 + x_1 x_2 x_4 + \ldots + x_{n-2} x_{n-1} x_n &= -a_{n-3} \\
x_1 x_2 + x_1 x_3 + \ldots + x_{n-1} x_n &= a_{n-2} \\
x_1 + x_2 + \ldots + x_n &= -a_{n-1}
\end{aligned}$$

BEISPIEL

Wie lautet das Polynom 5. Grades mit den Nullstellen $x_1 = -3$, $x_2 = 1$, $x_3 = 2$, $x_4 = 2$, $x_5 = 4$?

Lösung:

$p_5(x) = x^5 - 6x^4 + x^3 + 48x^2 - 92x + 48$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Vorbereiten		INV *C.t			
	1	STO 0			
Nullstellen eingeben	x_i	R/S			x_i
i = 1,2,...,n n ≦ 6					
Koeffizienten abrufen				RCL k	a_k
k = 0,1,2,...					

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	84	+/−	E: x_i
01	39 6	*Prd 6	
02	22	x⇄t	
03	33 5	RCL 5	
04	34 6	SUM 6	
05	22	x⇄t	
06	39 5	*Prd 5	
07	22	x⇄t	
08	33 4	RCL 4	
09	34 5	SUM 5	
10	22	x⇄t	
11	39 4	*Prd 4	
12	22	x⇄t	
13	33 3	RCL 3	
14	34 4	SUM 4	
15	22	x⇄t	
16	39 3	*Prd 3	
17	22	x⇄t	
18	33 2	RCL 2	
19	34 3	SUM 3	
20	22	x⇄t	
21	39 2	*Prd 2	
22	22	x⇄t	
23	33 1	RCL 1	
24	34 2	SUM 2	
25	22	x⇄t	
26	39 1	*Prd 1	
27	22	x⇄t	
28	33 0	RCL 0	
29	34 1	SUM 1	
30	22	x⇄t	
31	39 0	*Prd 0	
32	84	+/−	
33	81	R/S	A: x_i
34	71	RST	

R_i	Inhalt
0	a_0
1	a_1
2	a_2
3	a_3
4	a_4
5	a_5
6	a_6
7	belegt

Arbeitszeitermittlung

Gegeben seien für Montag bis Freitag jeweils die Beginnzeit t_1 und die Schlußzeit t_2. ...[2]

Es ist ein Programm für die Berechnung der wöchentlichen Arbeitszeit und der Zuschlagszeit zu schreiben.

Zeit mit Zuschlägen:

0.00 – 6.00	100% Zuschlag
6.00 – 7.00	50% Zuschlag
18.00 – 20.00	50% Zuschlag
20.00 – 24.00	100% Zuschlag

	Mo	Di	Fr	
Eingabe:	$t_1, t_2,$	$t_1, t_2,$ ...,	t_1, t_2	...[2]

Ausgabe:	Mo	t_1	t_2	Arbeitszeit	Zuschlagszeit
	..	..	..	.....	.....
	Fr	t_1	t_2	Arbeitszeit	Zuschlagszeit
				Gesamtarbeitszeit	Gesamtzuschlagszeit

BEISPIEL

Mo 6.00 – 17.00 Di 5.00 – 14.00 Mi 3.00 – 12.25
Do 9.16 – 24.00 Fr 7.00 – 12.00

Lösung: Gesamtarbeitszeit 49.09
Gesamtzuschlagszeit 10.50

Beachte: $x_1 = 6$, $x_2 = 7$, $x_3 = 18$, $x_4 = 20$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
E: Verrechnungsgrenzen	x_i	STO i			
Initialisieren	0	STO 0	STO 5		0.
Arbeitsbeginn	Uhrzeit	R/S			
Arbeitsende	Uhrzeit	R/S			$\sum$A.
				x⇄t	$\sum$Ü.

[1] Annahme: Betriebsschluß Freitag 24 Uhr.
[2] Alle Zeiten in dezimalunterteilten Stunden.

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	22	x⇄t	
01	33 4	RCL 4	
02	61 1	SBR 1	
03	33 1	RCL 1	
04	61 1	SBR 1	
05	33 3	RCL 3	
06	61 1	SBR 1	
07	33 2	RCL 2	
08	61 1	SBR 1	
09	61 2	SBR 2	
10	33 5	RCL 5	
11	84	+/-	
12	85	=	
13	32 5	STO 5	
14	22	x⇄t	
15	65	-	
16	33 0	RCL 0	
17	85	=	
18	32 0	STO 0	
19	81	R/S	
20	71	RST	
21	86 2	*Lbl 2	
22	00	0	
23	85	=	
24	45	:	

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
25	04	4	
26	75	+	
27	43	(	
28	00	0	
29	86 1	*Lbl 1	
30	65	-	
31	43	(	
32	22	x⇄t	
33	65	-	
34	22	x⇄t	
35	44	)	
36	40	* |x|	
37	85	=	
38	84	+/-	
39	75	+	
40	43	(	
41	- 61	INV SBR	

R_i	Inhalt
0	$\sum$ Arbeitsstunden
1	×1
2	×2
3	×3
4	×4
5	$\sum$ Überstundenzuschläge
6	Zeit
7	Zeit, R5

Numerische Integration

Den Inhalt

$$A = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$$

der Fläche unter der Kurve $y = f(x)$ von $x = a$ bis $x = b$ kann man z. B. mit Hilfe der **Simpson-Regel**

$$A_n = \frac{b-a}{6n}\,[y_0 + y_{2n} + 4(y_1 + y_3 + \ldots + y_{2n-1}) + \\ + 2(y_2 + y_4 + \ldots + y_{2n-2})] \qquad \ldots^1$$

berechnen, die für Polynome vom Grad $n \leqq 3$ exakte Werte liefert.

BEISPIEL

Berechne mit Hilfe der Simpson-Regel den Wert von $\int_0^4 \mathrm{e}^{0,8x}\,\mathrm{d}x$. $\ldots^2$

Lösung:[1]

n	A_n
1	30,229773
2	29,477821
4	29,419768
8	29,415923

Zum Vergleich:

$$\int_0^4 \mathrm{e}^{0,8x}\,\mathrm{d}x = \left.\frac{\mathrm{e}^{0,8x}}{0,8}\right|_0^4 = 29,415663$$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
UPRO für f (x) eingeben		GTO 0	LRN	.....	
(x im X-Register, [=] erlaubt)		..f(x)..	INV SBR	LRN	
		INV *C.t			
	a	INV	SUM 1	STO 2	a
			SBR 0	STO 3	f(a)
	b	SUM 1	STO 7		b
			SBR 0	SUM 3	f(b)
		RCL 1	STO 0		Δ = b − a
	2	INV	*Prd 3	SBR *24	A_1
				R/S	A_2
				⋮	⋮
				R/S	A_n

[1] n ... Anzahl der Doppelstreifen.

[2] UPRO für $f(x) = \mathrm{e}^{0,8x}$ im Programm!

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	33 0	RCL 0	
01	76	*x ≥ t	
02	51 1	GTO 1	
03	61 0	SBR 0	
04	34 4	SUM 4	
05	33 1	RCL 1	
06	34 0	SUM 0	
07	71	RST	
08	86 1	*Lbl 1	
09	33 4	RCL 4	
10	34 3	SUM 3	
11	33 3	RCL 3	
12	34 4	SUM 4	
13	33 1	RCL 1	
14	39 4	*Prd 4	
15	03	3	
16	− 39 4	INV *Prd 4	
17	15	CLR	
18	38 4	*Exc 4	
19	81	R/S	A: A_n
20	33 7	RCL 7	
21	− 34 0	INV SUM 0	
22	02	2	
23	− 39 1	INV *Prd 1	
24	− 39 0	INV *Prd 0	
25	33 2	RCL 2	
26	34 0	SUM 0	
27	71	RST	
28	86 0	*Lbl 0	
29	55	×	
30	83	.	
31	08	8	
32	85	=	
33	− 13	INV ln x	
34	− 61	INV SBR	

R_i	Inhalt
0	$x_k = a + k.(\Delta/2n)$; $k = 1,3,..,2n-1$
1	$\Delta/n = (b-a)/n$; $n = 1,2,4,8,...$
2	a
3	$(f(a)+f(b))/2+\sum_{i=1}^{n-1} f(a+i.\Delta/n)$
4	$\sum f(x_k)$
5	
6	
7	b

RUNGE-KUTTA-Verfahren für Differentialgleichungen 1. Ordnung

Gegeben: $y' = f(x,y)$ und $(x_0|y_0)$ als Ausgangslösung

Gesucht: Näherungslösungen $(x_i|y_i)$, $i = 1, 2, \ldots$

Methode: $x_i = x_{i-1} + h$
$y_i = y_{i-1} + K_i$

h ... zu wählende Schrittweite (konstant)

$$K_i = \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

mit

$$k_1 = h \cdot f(x_{i-1},\ y_{i-1})$$

$$k_2 = h \cdot f\left(x_{i-1} + \frac{h}{2},\ y_{i-1} + \frac{k_1}{2}\right)$$

$$k_3 = h \cdot f\left(x_{i-1} + \frac{h}{2},\ y_{i-1} + \frac{k_2}{2}\right)$$

$$k_4 = h \cdot f(x_{i-1} + h,\ y_{i-1} + k_3)$$

BEISPIEL

$y' = \sqrt{1 + 2y}\,(x + e^{-x})$
$x_0 = 0,\ y_0 = 1{,}5$

x_i	y_i
0	1,5
0,1	1,7053414
0,2	1,9227931
0,3	2,1546268
0,4	2,4032786
0,5	2,6713438
0,6	2,9615759
0,7	3,2768915
0,8	3,6203759
0,9	3,9952920
1,0	4,4050892

Beachte:
Exakte Lösung:
$y(1{,}0) = 4{,}4050896$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
UPRO für y'=f(x,y) eingeben		GTO *28	LRN	.....	
$R_1 = x$; $x = y$		.....	.....	.....	
		.....	x	RCL 3	
		INV SBR	LRN	RST	
Anfangswert eingeben	x_0	STO 1			x_0
	y_0	STO 2			y_0
	h/2	STO 3			h/2
Näherungswerte berechnen				R/S	x_1
				R/S	y_1
				R/S	x_2
				R/S	y_2
				R/S	x_3
				⋮	⋮

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	61 4	SBR 4	
01	19	*C.t	
02	34 1	SUM 1	
03	75	+	
04	61 4	SBR 4	
05	75	+	
06	34 7	SUM 7	
07	61 4	SBR 4	
08	34 1	SUM 1	
09	75	+	
10	14	CE	
11	75	+	
12	61 4	SBR 4	
13	85	=	
14	34 7	SUM 7	
15	03	3	
16	- 39 7	INV *Prd 7	
17	22	x ⇄ t	
18	34 2	SUM 2	
19	33 1	RCL 1	
20	81	R/S	A: x_1
21	33 2	RCL 2	
22	81	R/S	A: y_1
23	71	RST	
24	86 4	*Lbl 4	

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
25	34 7	SUM 7	
26	33 2	RCL 2	
27	85	=	
28			
29			
30			
31			
32			
33			
34			
35			
36			
37			
38			
39			
40			
41			
42			
43			
44			
45			
46			
47	55	×	
48	33 3	RCL 3	
49	- 61	INV SBR	

$R_1 := x$ $y := y$ $x := x$

UPRO $y' = f(x, y)$

R_i	Inhalt
0	
1	x_1
2	y_1
3	h / 2
4	
5	
6	
7	belegt

Vektorrechnung

Skalarprodukt zweier Vektoren,

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=\begin{pmatrix}a_x\\a_y\\a_z\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}b_x\\b_y\\b_z\end{pmatrix}=a_xb_x+a_yb_y+a_zb_z$$

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos\varphi;\quad \varphi=\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})$$

$$|\vec{a}|=\sqrt{a_x^2+a_y^2+a_z^2}$$

BEISPIEL

Gegeben: $\vec{a}=(5,\ -2,\ 1)$

$\vec{b}=(-3,\ -4,\ 2)$

Gesucht: $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b}),\ |\vec{a}|,\ |\vec{b}|,\ \vec{a}\cdot\vec{b}$

Lösung: $\sphericalangle(\vec{a},\vec{b})=99{,}76°$

$|\vec{a}|=5{,}48;\ |\vec{b}|=5{,}39;\ \vec{a}\cdot\vec{b}=$

Vektorprodukt zweier Vektoren

$$\vec{c}=\vec{a}\times\vec{b}=\begin{pmatrix}a_yb_z-b_ya_z\\a_zb_x-b_za_x\\a_xb_y-b_xa_y\end{pmatrix}=\begin{vmatrix}\vec{i}&\vec{j}&\vec{k}\\a_x&a_y&a_z\\b_x&b_y&b_z\end{vmatrix}$$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Koordinaten des ersten					
Vektors eingeben	a_x	R/S			
	a_y	R/S			
	a_z	R/S			
Vektorprodukt berechnen:					
Koordinaten des zweiten	b_x	R/S			
Vektors eingeben	b_y	R/S			
	b_z	R/S			
Koordinaten des Produktvek-				RCL 5	c_x
tors abrufen				RCL 4	c_y
				RCL 3	c_z
Skalarprodukt berechnen:					
Koordinaten des zweiten					
Vektors eingeben	b_x	SBR *28			$\lvert\vec{a}\rvert$
	b_y	R/S			φ
	b_z	R/S			$\lvert\vec{b}\rvert$
Winkel berechnen				R/S	
Skalarprodukt abrufen				x⇄t	$\vec{a}.\vec{b}$

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	81	R/S	A:R_2 ; φ E:a_x
01	32 1	STO 1	
02	32 3	STO 3	
03	22	x ⇄ t	
04	81	R/S	E:a_y
05	32 2	STO 2	
06	32 5	STO 5	
07	− 27	INV *P→R	
08	81	R/S	E:a_z
09	32 4	STO 4	
10	32 0	STO 0	
11	− 27	INV *P→R	
12	81	R/S	E:b_x
13	39 2	*Prd 2	
14	39 4	*Prd 4	
15	81	R/S	E:b_y
16	39 0	*Prd 0	
17	39 3	*Prd 3	
18	81	R/S	E:b_z
19	39 1	*Prd 1	
20	39 5	*Prd 5	
21	33 0	RCL 0	
22	− 34 5	INV SUM 5	
23	33 1	RCL 1	
24	− 34 4	INV SUM 4	
25	33 2	RCL 2	
26	− 34 3	INV SUM 3	
27	71	RST	
28	39 1	*Prd 1	
29	22	x ⇄ t	
30	32 5	STO 5	
31	81	R/S	A: $\lvert\vec{a}\rvert$ E:b_y
32	39 2	*Prd 2	
33	− 27	INV *P→R	
34	81	R/S	E:b_z
35	39 4	*Prd 4	
36	− 27	INV *P→R	
37	33 1	RCL 1	
38	34 4	SUM 4	
39	33 2	RCL 2	
40	34 4	SUM 4	
41	33 4	RCL 4	
42	45	:	
43	22	x ⇄ t	
44	81	R/S	A: $\lvert\vec{b}\rvert$
45	45	:	
46	33 5	RCL 5	
47	85	=	
48	− 29	INV *cos	
49	71	RST	

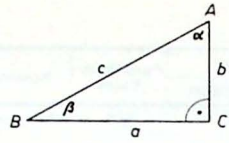
R_i	Inhalt
0	$a_z b_y$; a_z
1	$a_x b_z$; $a_x b_x$
2	$a_y b_x$; $a_y b_y$
3	$c_z = a_x b_y - R_2$; a_x
4	$c_y = a_z b_x - R_1$; $a_z b_z + R_1 + R_2$
5	$c_x = a_y b_z - R_0$; $\lvert\vec{a}\rvert$
6	
7	belegt ; $\vec{a} \cdot \vec{b}$

BEISPIELE

1. Gegeben: $\vec{a} = (3,\ 4,\ 0)$,
$\vec{b} = (-5,\ 12,\ 0)$
Gesucht: $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$
Lösung: $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} = (0, 0, 56)$

2. Es sind Vektoren anzugeben, die sowohl zu
$\vec{a} = (2,\ 0,\ 5)$ als auch zu
$\vec{b} = (1,\ -5,\ 2)$ normal sind.
Lösung: $\vec{n} = \lambda\,(\vec{a} \times \vec{b}) =$
$= \lambda\,(25,\ 1,\ -10)$

Rechtwinklige Dreiecke



Gegeben: c, α
Gesucht: a, b, β

$\beta = \arccos(\sin\alpha)$; P→R: $(\beta; c) \rightarrow (a; b)$

BEISPIEL

$c = 15{,}13$
$\alpha = 35{,}34°$

Lösung: $a = 8{,}75$
$b = 12{,}34$
$\beta = 54{,}66°$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
c,α					
Seite und	c	RST	R/S		
Winkel eingeben, gesuchte	α	R/S			β
Größen berechnen				R/S	b
				R/S	a

Gegeben: a, α
Gesucht: b, c, β

$b = \dfrac{a}{\tan\alpha}$; R→P: $(a; b) \rightarrow (\beta; c)$

BEISPIEL

$a = 18{,}10$
$\alpha = 52{,}48°$

Lösung: $b = 13{,}90$
$c = 22{,}82$
$\beta = 37{,}52°$

a,α					
Seite und	a	SBR 1			
Winkel eingeben, gesuchte	α	R/S			b
Größen berechnen				R/S	β
				R/S	c

Gegeben: a, β
Gesucht: b, c, α

$b = a \cdot \tan\beta$; R → P: $(b; a) \rightarrow (\alpha; c)$

BEISPIEL

$a = 3{,}51$
$\beta = 50{,}05°$

Lösung: $b = 4{,}19$
$c = 5{,}47$
$\alpha = 39{,}95°$

a, β					
Seite und	a	SBR 2			
Winkel eingeben, gesuchte	β	R/S			b
Größen berechnen				R/S	α
				R/S	c

Gegeben: a, b
Gesucht: c, α, β

$\tan\alpha = \frac{a}{b}$ R → P: $(c; b) \rightarrow (\beta; c)$; $\alpha = \arccos(\sin\beta)$

BEISPIEL

$a = 5{,}80$
$b = 3{,}23$

Lösung: $c = 6{,}64$
$\alpha = 60{,}89°$
$\beta = 29{,}11°$

a, b					
Seiten eingeben	a	SBR 3			
und gesuchte Größen	b	R/S			β
berechnen				R/S	α
				R/S	c

Gegeben: a, c

Gesucht: b, α, β

$$\alpha = \arcsin \frac{a}{c}; \quad \beta = \arccos(\sin \alpha)$$

$$\mathrm{P} \rightarrow \mathrm{R}: \quad (\beta; c) \rightarrow (a; b)$$

BEISPIEL

$a = 26{,}8$
$c = 34{,}2$

Lösung: $b = 21{,}25$
$\alpha = 51{,}59°$
$\beta = 38{,}41°$

a ,c					
Seiten eingeben	c	SBR 4			
und gesuchte Größen	a	R/S			α
berechnen				R/S	β
				R/S	b

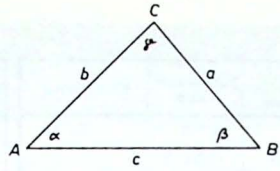
Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	22	x⇄t	E: c
01	86 5	*Lbl 5	
02	81	R/S	E: α
03	28	*sin	
04	− 29	INV *cos	
05	− 61	INV SBR	
06	27	*P→R	
07	86 6	*Lbl 6	
08	81	R/S	
09	71	RST	
10	86 1	*Lbl 1	E: a
11	45	:	
12	86 7	*Lbl 7	
13	22	x⇄t	
14	81	R/S	E: α;β
15	20	*tan	
16	85	=	
17	− 61	INV SBR	
18	86 8	*Lbl 8	
19	− 27	INV *P→R	
20	51 6	GTO 6	
21	86 2	*Lbl 2	E: a
22	55	×	
23	61 7	SBR 7	
24	81	R/S	

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
25	22	x⇄t	
26	51 8	GTO 8	
27	86 3	*Lbl 3	E: a
28	22	x⇄t	
29	81	R/S	E: b
30	− 27	INV *P→R	
31	61 5	SBR 5	
32	51 6	GTO 6	
33	86 4	*Lbl 4	E: c
34	45	:	
35	22	x⇄t	
36	81	R/S	E: a
37	85	=	
38	25	1/x	
39	− 28	INV *sin	
40	51 5	GTO 5	

Schiefwinklige Dreiecke

Fall SSS



Gegeben: a, b, c

Gesucht: α, β, γ

$$\gamma = \arccos \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$$

α wird mit P→R und R→P berechnet. $\beta = \arccos(-\cos(\alpha + \gamma))$

Größenverhältnisse gleichgültig!

BEISPIEL

$a = 18{,}84$ *Lösung:* $\alpha = 139{,}94°$
$b = 12$ $\beta = 24{,}20°$
$c = 8$ $\gamma = 15{,}86°$

Fall SWS

Gegeben: b, α, c

Gesucht: a, β, γ

β und a werden mit P→R und R→P berechnet.
$\gamma = \arccos(-\cos(\alpha + \beta))$

BEISPIEL

Gegeben: $b = 25{,}00$ $c = 18{,}00$ $\alpha = 25{,}50°$
Lösung: $a = 11{,}69$ $\beta = 112{,}98°$ $\gamma = 41{,}52°$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
SSS					
Seiten eingeben	a	x⇄t			
	b	R/S			
und Winkel berechnen	c	R/S			γ
				R/S	α
				R/S	β
SWS					
Seiten und	b	x⇄t			
Winkel eingeben	α	SBR 1			
und gesuchte Größen	c	R/S			β
berechnen				R/S	γ
				x⇄t	a

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	32 6	STO 6	E: b
01	23	x^2	
02	75	+	
03	33 7	RCL 7	
04	23	x^2	
05	65	−	
06	81	R/S	E: c
07	23	x^2	
08	85	=	
09	45	:	
10	33 6	RCL 6	
11	45	:	
12	33 7	RCL 7	
13	45	:	
14	02	2	
15	85	=	
16	− 29	INV *cos	
17	81	R/S	A: γ
18	61 1	SBR 1	
19	33 6	RCL 6	
20	51 2	GTO 2	
21	86 1	*Lbl 1	E: α
22	75	+	
23	43	(	
24	27	*P→R	
25	22	x⇄t	
26	84	+/−	
27	75	+	
28	− 61	INV SBR	E: c
29	86 2	*Lbl 2	
30	44	)	
31	22	x⇄t	
32	− 27	INV *P→R	
33	81	R/S	A: $\alpha;\beta$
34	85	=	
35	29	*cos	
36	84	+/−	
37	− 29	INV *cos	
38	81	R/S	A: $\beta;\gamma$
39	71	RST	

R_i	Inhalt
0	
1	
2	
3	
4	
5	
6	b ;
7	belegt

Fall WSW

Gegeben: α, c, β

Gesucht: a, b, γ

$$\gamma = 180° - (\alpha + \beta) \quad \Rightarrow \quad \gamma = \arccos(-\cos(\alpha + \beta))$$

$$\frac{c}{\sin\gamma} = \frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta}$$

Somit: $a = \frac{c}{\sin\gamma} \cdot \sin\alpha \qquad b = \frac{c}{\sin\gamma} \cdot \sin\beta$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
Seite und	c	x⇄t			
Winkel eingeben, gesuchte	α	R/S			
Größen berechnen	β	R/S			γ
				R/S	a
				x⇄t	b

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	75	+	E: α
01	28	*sin	
02	32 5	STO 5	
03	81	R/S	E: β
04	32 6	STO 6	
05	85	=	
06	29	*cos	
07	84	+/-	
08	- 29	INV *cos	
09	81	R/S	A: γ
10	28	*sin	
11	- 39 7	INV *Prd 7	
12	33 7	RCL 7	
13	39 5	*Prd 5	
14	33 6	RCL 6	
15	28	*sin	
16	39 7	*Prd 7	
17	33 5	RCL 5	
18	81	R/S	A: a
19	71	RST	

BEISPIEL

$c = 8$

$\alpha = 140{,}00°$

$\beta = 24{,}16°$

Lösung: $a = 18{,}84$

$b = 12{,}00$

$\gamma = 15{,}84°$

Fall SSW

Gegeben: a, b, α

Gesucht: c, β, γ

$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\beta}{b} \qquad \beta = \arcsin\left(b \cdot \frac{\sin\alpha}{a}\right)$$

$$\gamma = 180° - (\alpha + \beta) \qquad \gamma = \arccos(-\cos(\alpha + \beta))$$

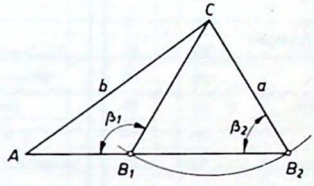
$$\frac{\sin\alpha}{a} = \frac{\sin\gamma}{c} \qquad c = \sin\gamma \cdot \frac{a}{\sin\alpha}$$

Wenn $a \geqq b$, so gibt es genau eine Lösung.

Wenn $a < b$ ist, so können zwei, eine oder keine Lösung vorliegen.

Es gilt für die zweite Lösung:

$$\beta_2 = 180° - \beta_1$$



BEISPIELE

1. $a = 5$, $b = 4{,}2$, $\alpha = 67°$

Lösung: $c = 4{,}81$, $\beta = 50{,}64°$, $\gamma = 62{,}36°$

2. $a = 3{,}4$, $b = 5{,}2$, $\alpha = 37°$

Lösungen: $c_1 = 5{,}48$, $\beta_1 = 66{,}99°$, $\gamma_1 = 76{,}01°$; $c_2 = 2{,}82$, $\beta_2 = 113{,}01°$, $\gamma_2 = 29{,}99°$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		CLR	x⇄t	RST	
die beiden Seiten	a	R/S			
und	b	R/S			
den Winkel eingeben	α	R/S			X
X = "0" : die blinkende					
Null bedeutet : es gibt					
keine Lösung		CE			
X = −2.: zwei Lösungen				R/S	β_1
				R/S	γ_1
				R/S	c_1
				R/S	β_2
				R/S	γ_2
				R/S	c_2
X ≠ "0" und X ≠ −2. :					X = β
eine Lösung , X = β				R/S	γ
				R/S	c

Programm

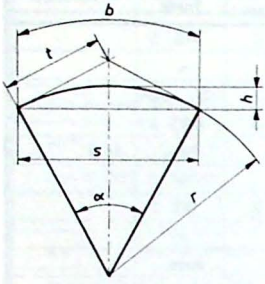
Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	32 4	STO 4	E: a
01	32 5	STO 5	
02	65	−	
03	81	R/S	A: a E: b
04	32 3	STO 3	
05	− 34 4	INV SUM 4	
06	55	×	
07	81	R/S	A: b E: α
08	32 1	STO 1	
09	32 2	STO 2	
10	28	*sin	
11	− 39 5	INV *Prd 5	
12	85	=	
13	− 76	INV *x ≥ t	$a - h_c < 0$?
14	51 1	GTO 1	ja: ⟶ "0"
15	33 4	RCL 4	nein:
16	76	*x ≥ t	b > a ?
17	51 2	GTO 2	ja: 1 Lösung
18	02	2	nein:
19	32 0	STO 0	2 Lösungen
20	84	+/−	
21	81	R/S	A: −2.
22	86 2	*Lbl 2	
23	33 3	RCL 3	
24	45	:	

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
25	33 5	RCL 5	
26	85	=	
27	− 28	INV *sin	
28	86 3	*Lbl 3	
29	81	R/S	A: β
30	75	+	
31	33 2	RCL 2	
32	85	=	
33	29	*cos	
34	84	+/−	
35	− 29	INV *cos	
36	81	R/S	A: γ
37	34 1	SUM 1	
38	28	*sin	
39	55	×	
40	33 5	RCL 5	
41	85	=	
42	81	R/S	A: c
43	− 56	INV *Dsz	
44	71	RST	
45	33 1	RCL 1	
46	51 3	GTO 3	
47	86 1	*Lbl 1	keine Lösung
48			
49			"0"

R_i	Inhalt
0	Zähler
1	α ; α + γ
2	α
3	b
4	a − b
5	a / sin α
6	
7	0

Berechnungen am Kreis

Kreissektor und Kreissegment



$$b = r\widehat{\alpha}$$

$$s = 2r \sin\frac{\alpha}{2} \qquad A_{\text{Sektor}} = \frac{br}{2}$$

$$h = 2r \sin^2\frac{\alpha}{4} \qquad A_{\text{Segment}} = \frac{r^2}{2}(\widehat{\alpha} - \sin\alpha)$$

Gegeben: s, α° ..... 1. a

Gegeben: r, α° ..... 1. b

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST	*Deg		
s,α					
1.a Winkel eingeben	α	x⇄t			
Sehnenlänge eingeben	s	SBR 4			r → 2.
r,α					
1.b Winkel eingeben	α	x⇄t			
Radius eingeben	r				
2. Werte berechnen		R/S			s
				R/S	b
				R/S	h
				R/S	$A_{Segment}$
				x⇄t	A_{Sektor}

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	32 0	STO 0	E: r
01	32 1	STO 1	
02	32 2	STO 2	
03	22	x⇄t	
04	29	*cos	
05	60	*Rad	
06	− 29	INV *cos	
07	32 3	STO 3	
08	39 2	*Prd 2	
09	45	:	
10	28	*sin	
11	− 34 3	INV SUM 3	
12	02	2	
13	− 39 1	INV *Prd 1	
14	85	=	
15	27	*P→R	
16	55	×	
17	02	2	
18	85	=	
19	81	R/S	A: s
20	33 0	RCL 0	
21	22	x⇄t	
22	− 34 0	INV SUM 0	
23	33 2	RCL 2	
24	81	R/S	A: b

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
25	55	×	
26	33 0	RCL 0	
27	81	R/S	A: h
28	33 1	RCL 1	
29	39 7	*Prd 7	
30	85	=	
31	22	x⇄t	
32	39 3	*Prd 3	
33	33 3	RCL 3	
34	50	*Deg	
35	81	R/S	A: $A_{Segment}$
36	71	RST	
37	86 4	*Lbl 4	E: s
38	45	:	
39	02	2	
40	− 39 7	INV *Prd 7	
41	45	:	
42	33 7	RCL 7	
43	34 7	SUM 7	
44	28	*sin	
45	85	=	
46	81	R/S	A: r
47	71	RST	

R_i	Inhalt
0	r ; r − (r−h)
1	r / 2
2	r.$\overline{\alpha}$
3	$\overline{\alpha}$ − sinα ; $A_{Segment}$
4	
5	
6	
7	belegt ; A_{Sektor}

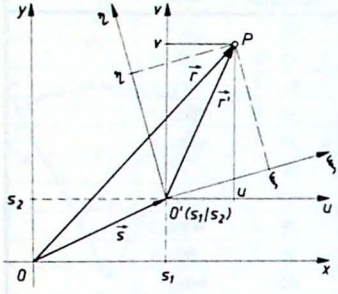
BEISPIEL

Gegeben: $r = 15$
$\alpha = 52°$

Gesucht: $s, b, h,$
$A_{Segment}, A_{Sektor}$

Lösung: $s = 13{,}15$
$b = 13{,}61$
$h = 1{,}52$
$A_{Segment} = 13{,}45$
$A_{Sektor} = 102{,}10$

Parallelverschiebung und Drehung des Koordinatensystems



$$\xi = \quad (x - s_1)\cos\alpha + (y - s_2)\sin\alpha$$
$$\eta = -(x - s_1)\sin\alpha + (y - s_2)\cos\alpha$$
$$\vec{r'} = \vec{r} - \vec{s} \qquad \begin{cases} u = x - s_1 \\ v = y - s_2 \end{cases}$$

Programm

Anzeige		Funktions-Taste	Kommentar
Zeile	Schlüssel		
00	– 34 7	INV SUM 7	E: s_1
01	81	R/S	E: y
02	65	–	
03	81	R/S	E: s_2
04	85	=	
05	– 27	INV *P→R	
06	65	–	
07	81	R/S	E: α
08	85	=	
09	27	*P→R	
10	81	R/S	A: η
11	71	RST	

BEISPIELE

1. Gegeben: $x = 7$ $\quad O'(3|-2)$
$y = 9$ $\quad \alpha = 62{,}5°$

Gesucht: ξ, η

Lösung: $\xi = 11{,}60$
$\eta = 1{,}53$

2. Wie lauten die Koordinaten des Punkts $P(2|4)$ in einem um 30° gedrehten Koordinatensystem?

Lösung: $\xi = 3{,}73 \qquad \eta = 2{,}46 \qquad (s_1 = s_2 = 0)$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST			
	x	x⇄t			
	s_1	R/S			
	y	R/S			
	s_2	R/S			
	α	R/S			η
				x⇄t	ξ

Gedämpfte Sinusschwingung

$$x = A\,e^{-\delta t}\sin(\omega t + \varphi)$$

A ... Amplitude
δ ... Dämpfungszahl
t ... Zeit
x ... Elongation
ω ... Kreisfrequenz
φ ... Phasenverschiebung

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	55	×	E: t
01	22	x⇄t	
02	33 3	RCL 3	
03	75	+	
04	33 4	RCL 4	
05	85	=	
06	28	*sin	
07	45	:	
08	43	(	
09	22	x⇄t	
10	55	×	
11	33 2	RCL 2	
12	44	)	
13	− 13	INV ln x	
14	55	×	
15	33 1	RCL 1	
16	85	=	
17	81	R/S	A: x
18	71	RST	
19			
20			
21			
22			
23			
24			

R_i	Inhalt	
0		
1	A	Amplitude
2	δ	Dämpfungszahl
3	ω	Kreisfrequenz
4	φ	Phasenverschiebung

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle		Anzeige
	RST	*PAD	
A	STO 1		
δ	STO 2		
ω	STO 3		
φ	STO 4		
t	R/S		x

BEISPIEL

$x = 5\,e^{-0{,}6t}\sin(1{,}5t + 0{,}2)$

t	0	0,2	0,4	0,6
x	0,993	2,126	2,821	3,109
t	0,8	1,0	1,2	1,4
x	3,049	2,721	2,213	1,610
t	1,6	1,8	2,0	2,5
x	0,987	0,406	−0,088	−0,807
t	3,0			
x	−0,826			

Statistik

Mittelwert und Standardabweichung einer Stichprobe mit Klasseneinteilung

Falls x_1 mit der Häufigkeit f_1 und x_2 mit der Häufigkeit f_2, ... auftritt, so rechnet man für k Klassen:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{j=1}^{k} f_j x_j}{n} \qquad s^2 = \frac{1}{n-1}\left[\sum_{j=1}^{k} f_j x_j^2 - \frac{\left(\sum_{j=1}^{k} f_j x_j\right)^2}{n}\right] \qquad n = \sum_{j=1}^{k} f_j$$

PROGRAMM 1

Äquidistante Klassenmitten

($\Delta x = \text{Const}$)

BEISPIEL

Gegeben:

x_j	5,5	6,5	7,5
f_j	12	21	41

... [1]

8,5	9,5	10,5
18	9	7

Gesucht: $\bar{x}$, s

Lösung: $\bar{x} = 7{,}611$ $\qquad s = 1{,}314$

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	55	×	E: f_j
01	34 0	SUM 0	
02	33 7	RCL 7	
03	55	×	
04	34 1	SUM 1	
05	33 7	RCL 7	
06	85	=	
07	34 2	SUM 2	
08	33 6	RCL 6	
09	34 7	SUM 7	
10	33 7	RCL 7	
11	81	R/S	A: x_{j+1}
12	71	RST	

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		RST	INV *C.t		0
	Δx	STO 6			Δx
	x_1	x⇄t			0.
	f_j	R/S			x_{j+1}
		$*\bar{x}$			$\bar{x}$
		$*\sigma^2$			σ^2

[1] $x_1 = 5{,}5$: $\Delta x = 1$ $\qquad s^2 = \sigma^2 \cdot n/(n-1)$

Nichtäquidistante Klassenmitten

BEISPIEL

Gegeben: $x_1 = 5$; $x_2 = 9$; $x_3 = 16$; $f_1 = 12$; $f_2 = 32$; $f_3 = 8$

Gesucht: $\bar{x}$, s

Lösung[1]: $\bar{x} = 9{,}15$; $s = 3{,}38$

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	55	×	E: f_j, x_j
01	22	x⇄t	
02	34 0	SUM 0	
03	55	×	
04	34 1	SUM 1	
05	22	x⇄t	
06	85	=	
07	34 2	SUM 2	
08	81	R/S	A: $f_j\ x_j^2$
09	71	RST	

R_i	Inhalt
0	$n = \sum f_j$
1	$\sum f_j\ x_j$
2	$\sum f_j\ x_j^2$
3	
4	
5	
6	
7	f_j; x_j; $f_j\ x_j$

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle		Anzeige
	RST	INV *C.t	0
f_j	x⇄t		
x_j	R/S		$f_j\ x_j^2$
	* $\bar{x}$		$\bar{x}$
	* σ^2		σ^2

[1] $s^2 = \sigma^2 \cdot n/(n-1)$

Hypergeometrische Verteilung

Es liegt eine Grundgesamtheit vom Umfang N vor, die Np fehlerhafte und Nq einwandfreie Stücke enthält.

Die Wahrscheinlichkeit, daß eine Stichprobe vom Umfang n genau x fehlerhafte Stücke enthält, beträgt dann:

$$P(x) = \frac{\binom{Np}{x} \cdot \binom{Nq}{n-x}}{\binom{N}{n}}$$

Dem Entnehmen einer Stichprobe vom Umfang n entspricht das n-malige zufällige *Ziehen eines Stücks ohne Zurücklegen.*

Für die *hypergeometrische Verteilung* gilt:

Erwartungswert: $\mu = np$

Varianz: $\sigma^2 = npq\dfrac{N-n}{N-1}$

Rekursionsformel: $P(x+1) = \dfrac{(Np-x)(n-x)}{(x+1)(Nq-n+1+x)} \cdot P(x)$

$$P(0) = \frac{Nq \cdot (Nq-1) \cdot (Nq-2) \cdot \ldots \cdot (Nq-n+1)}{N \cdot (N-1) \cdot (N-2) \cdot \ldots \cdot (N-n+1)}$$

$$= \frac{(Nq-n+1)(Nq-n+2) \cdot \ldots \cdot (N-n)}{(Nq+1) \cdot (Nq+2) \cdot \ldots \cdot N}$$

Verteilungsfunktion: $F(x) = \dfrac{1}{\binom{N}{n}} \sum_{k=0}^{x} \binom{Np}{k} \cdot \binom{Nq}{n-k}$

BEISPIEL

Aus einer 100er-Packung, die 5 defekte Stücke enthält, wird eine 20er-Stichprobe entnommen.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß sich in dieser Stichprobe genau (höchstens)

a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

fehlerhafte Stücke befinden?

Lösung:	a) 0,319	b) 0,420	c) 0,207	d) 0,048	e) 0,005
	(0,319)	(0,739)	(0,947)	(0,995)	(1,000)

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	32 4	STO 4	
01	32 5	STO 5	
02	22	x⇄t	
03	81	R/S	
04	– 34 4	INV SUM 4	
05	32 2	STO 2	
06	86 0	*Lbl 0	
07	33 4	RCL 4	
08	45	:	
09	33 5	RCL 5	
10	55	×	
11	01	1	
12	34 4	SUM 4	
13	34 5	SUM 5	
14	56	*Dsz	
15	51 0	GTO 0	
16	85	=	
17	32 4	STO 4	
18	86 1	*Lbl 1	
19	81	R/S	A:P(x) E:x
20	32 0	STO 0	
21	01	1	
22	32 3	STO 3	
23	33 1	RCL 1	
24	32 6	STO 6	

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
25	33 2	RCL 2	
26	32 5	STO 5	
27	15	CLR	
28	33 4	RCL 4	
29	55	×	
30	86 2	*Lbl 2	
31	33 6	RCL 6	
32	45	:	
33	43	(	
34	33 7	RCL 7	
35	65	–	
36	33 5	RCL 5	
37	44	)	
38	55	×	
39	33 5	RCL 5	
40	45	:	
41	33 3	RCL 3	
42	55	×	
43	– 56	INV *Dsz	
44	51 1	GTO 1	
45	01	1	
46	34 3	SUM 3	
47	– 34 5	INV SUM 5	
48	– 34 6	INV SUM 6	
49	51 2	GTO 2	

R_i	Inhalt
0	Zähler (Np ; x)
1	Np
2	n
3	; k + 1
4	Nq – n + 1, . . . , N – n ; P (0)
5	Nq + 1, . . . , N ; n – k
6	; Np – k
7	Nq + 1

Programmdurchführung

Eingabe	Befehle			Anzeige
	CLR			
N + 1	–			
Np	STO 0	STO 1	=	Nq + 1
		RST	R/S	
n	R/S			P(0)
x	R/S			P(x)

Binomialverteilung

p sei die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten eines Ereignisses E und $q = 1 - p$ die Wahrscheinlichkeit für das Nichteintreten von E.

Wenn sich n Versuche unabhängig voneinander ausführen lassen und p konstant bleibt, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß E genau x-mal eintritt:

$$P(x) = \binom{n}{x} p^x q^{n-x}$$

Für die *Binomialverteilung* gilt:

Erwartungswert: $\mu = n\,p$

Varianz: $\sigma^2 = n\,p\,q$

Rekursionsformel: $P(x+1) = \dfrac{n-x}{x+1} \cdot \dfrac{p}{q}\, P(x)$ $\qquad P(0) = q^n$

Verteilungsfunktion: $F(x) = \sum_{k=0}^{x} \binom{n}{k} p^k q^{n-k}$

BEISPIELE

1. Es gelte: $n = 50$ $\quad p = 0{,}15$ $\qquad$ Wie groß ist $P(7)$?

Lösung: $P(7) = \binom{50}{7} \cdot 0{,}15^7 \cdot 0{,}85^{43} = 0{,}157$

2. In einer Großserie sind 5% fehlerhafte Stücke. Es ist die Wahrscheinlichkeit zu berechnen, daß in einer 20er-Stichprobe
a) genau 3 fehlerhafte Stücke,
b) höchstens 3 fehlerhafte Stücke enthalten sind.

Lösungen: $P(X = 3) = 0{,}060$; $\quad P(X \leqq 3) = F(3) = 0{,}984$

Programmdurchführung

Anweisung	Eingabe	Befehle			Anzeige
		CLR			0
	p	RST	R/S		q
	n	R/S			P(0)
	x	R/S			P(x)
				x⇄t	F(x)

Programm

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	32 1	STO 1	E: p
01	32 2	STO 2	
02	01	1	
03	84	+/−	
04	34 1	SUM 1	
05	39 1	*Prd 1	
06	33 1	RCL 1	
07	− 39 2	INV *Prd 2	
08	35	y^x	
09	81	R/S	A: q E: n
10	32 1	STO 1	
11	85	=	
12	32 3	STO 3	
13	86 0	*Lbl 0	
14	81	R/S	A:P(x) E: x
15	32 0	STO 0	
16	15	CLR	
17	33 1	RCL 1	
18	32 4	STO 4	
19	01	1	
20	32 5	STO 5	
21	19	*C.t	
22	33 3	RCL 3	
23	55	×	
24	22	x⇄t	
25	86 1	*Lbl 1	
26	32 2	RCL 2	
27	55	×	
28	33 4	RCL 4	
29	45	:	
30	33 5	RCL 5	
31	55	×	
32	34 7	SUM 7	
33	− 56	INV *Dsz	
34	51 0	GTO 0	
35	01	1	
36	− 34 4	INV SUM 4	
37	34 5	SUM 5	
38	51 1	GTO 1	

R_i	Inhalt
0	Zähler (x)
1	n
2	p ; p/q
3	P (0)
4	; n−x
5	; x+1
6	
7	F (x)

Poisson-Verteilung

Wenn p klein ist und n groß ist, so ist die Wahrscheinlichkeit, daß eine Stichprobe vom Umfang n genau x fehlerhafte Stücke enthält:

$$P(x) = \frac{e^{-\mu}\mu^x}{x!} \qquad (\mu = n\,p)$$

Für die *Poisson-Verteilung* gilt:

Erwartungswert: $\mu = n\,p$

Varianz: $\sigma^2 = \mu = n\,p$

Rekursionsformel: $P(x+1) = \frac{\mu}{x+1}\,P(x) \qquad P(0) = e^{-\mu}$

Verteilungsfunktion: $F(x) = e^{-\mu} \sum_{k=0}^{x} \frac{\mu^k}{k!}$

BEISPIELE

1. Gegeben: $n = 60 \qquad p = 0{,}01$

Gesucht: $P(2)$ *Lösung:* 0,099

2. Eine Produktion enthalte 3% schlechte Stücke.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, daß in einer Zufallsstichprobe mit $n = 80$

a) genau vier Ausschußstücke,

b) vier oder weniger Ausschußstücke zu finden sind?

Lösungen:

a) $P(X = 4) = 0{,}125$

b) $P(X \leqq 4) = F(4) = 0{,}904$

Programmdurchführung

A
zur Berechnung einzelner Werte

Eingabe	Befehle		Anzeige
	INV*C.t	RST	
μ	STO 1		
x	R/S		P(x)
	x⇄t		F(x)

B
für die Erstellung von Tabellen

Eingabe	Befehle		Anzeige
	INV *C.t	RST	
μ	R/S		P(0)
		x⇄t	F(0)
		R/S	'1'; P(1)
		x⇄t	F(1)
		⋮	⋮
		R/S	'x'; P(x)
		x⇄t	F(x)

Programm A

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	19	*C.t	E: x
01	32 0	STO 0	
02	01	1	
03	34 0	SUM 0	
04	32 2	STO 2	
05	86 0	*Lbl 0	
06	45	:	
07	34 7	SUM 7	
08	– 56	INV *Dsz	
09	51 1	GTO 1	
10	33 2	RCL 2	
11	55	×	
12	01	1	
13	34 2	SUM 2	
14	33 1	RCL 1	
15	51 0	GTO 0	
16	86 1	*Lbl 1	
17	33 1	RCL 1	
18	– 13	INV lnx	
19	– 39 7	INV *Prd 7	
20	85	=	
21	81	R/S	A: P (x)
22	71	RST	
23			
24			

R_i	Inhalt
0	Zähler
1	$\mu = n.p$
2	1,2,...,k
3	
4	
5	
6	
7	$\sum(\mu^k/k!)$; F (x)

Programm B

Anzeige Zeile	Anzeige Schlüssel	Funktions-Taste	Kommentar
00	32 0	STO 0	
01	84	+/–	
02	– 13	INV lnx	
03	86 0	*Lbl 0	
04	45	:	
05	34 7	SUM 7	
06	81	R/S	A: P (x)
07	22	x⇄t	
08	01	1	
09	34 1	SUM 1	
10	33 1	RCL 1	
11	36	*Pause	' x '
12	55	×	
13	33 0	RCL 0	
14	51 0	GTO 0	

Register

Abfragen 65
Absolutbetrag 12, 37
Adressierbare Speicher 46
Anwendungen 87
Anzeigeformat 87
AOS 18
Arbeitszeitermittlung 122
Areafunktionen 118
Arithmetische Funktionstasten 11
Arithmetische Folgen 90
Arkusfunktionen 13, 35
Austauschanweisung $x \leftrightarrow t$ 51

Bedingte Sprungbefehle 65
Berechnungen am Kreis 140
Binärzahl 97
Binominalkoeffizient 87
Binominalverteilung 148
Bogenmaß 14
BST-Taste 53, 60

C-Tasten 10, 45, 53

Datenendbedingung 81
Del 54
Determinanten 104
Doppelschleifen 78
Drehung 142
Dreiecke 71, 130, 134
Dreierwegverzweigung 68
Dsz 55

e^x 12, 28
EE-Taste 10, 16
Einfache Programme 56
Einfügen eines Befehls 61
Ersetzen eines Befehls 62
Exc 11, 48

Faktorielle 75
Fixkommadarstellung 15
fix-Taste 10
Funktionen 12, 24

Gedämpfte Sinusschwingung 143
Geometrische Folgen 92
ggT 98
Gleitkommadarstellung 15
Grenzwert 83
Grundrechnungen 17
GTO 54, 63

Hauptprogramm 85
Hexadezimalzahl 97
Horner-Schema 88
Hyperbelfunktionen 118
Hypergeometrische Verteilung 146

Induktive Schleifen 70
Ins 53
Int 12, 37
Interpolation 95
INV SBR 85

Kehrwert 12, 24, 76
kgV 98
Kode 59
Komplexe Zahlen 100
Kreisfunktionen 13, 33
Kreisteile 140
Kubische Gleichung 112
Kugelabschnitt 58

Lbl 54
$\lg x$ 12, 32
Lineare Gleichungssysteme 106
$\ln x$ 12, 30
Löschen eines Befehls 62
Löschtasten 10
Lösungen zu den Übungen 49
LRN-Taste 53, 56

Mantisse 15
Manuelle Tastenbedienung 53

Näherungsweise Auflösung von Gleichungen 114
Newton-Verfahren 112, 116
Nop-Taste 54
Numerische Integration 124

Oktalzahl 97

Parallelverschiebung 142
Pause-Taste 54, 56
π 9, 27
Polarkoordinaten 14, 40
Poisson-Verteilung 150
Polynom 88, 120
Potenzfunktion 13, 38
Potenzieren einer komplexen Zahl 100
Präfixtaste 9
Prd 11, 48
Programmierung 52

Quadratische Gleichung 110
Quadratwurzel 12, 26
Quadratzahl 12, 25

Radizieren einer komplexen Zahl 100
RCL 11, 47
Rechtwinklige Dreiecke 71, 130

Redigieren von Programmen 59
Register 46
Regula falsi 114
Reihenfolge der Rechenoperationen 18
R/S-Taste 53
RST-Taste 53
Runge-Kutta-Verfahren 126

SBR-Taste 51
Schiefwinklige Dreiecke 134
Schleifenkontrollbefehle 55, 69
Simpson-Regel 126
Skalarprodukt 128
Speichertaste 11, 47
Sprungbefehle 63
SST-Taste 53, 60
Statistische Maßzahlen 14, 42, 144
STO 11, 47
SUM 11, 47
Sukzessive Schleifen 70, 81

Tastatur 9, 44, 53
Trendanalyse 44

Umordnen von Daten 11
Umrechnungstasten 14
Umwandlung einer Dezimalzahl 96
Unendliche geometrische Reihe 94
Unterprogramme 85

Variationen 71
Vektorrechnung 128
Verschachtelte Schleifen 78
Verzweigungen 65
Vorzeichenwechseltaste 9

Wertschleifen 70, 73, 78
Winkel zwischen zwei Vektoren 128
Winkelmodus 9, 14
Wurzelfunktion 13, 38

y^x 13, 38

Zahleneingabe 9
Zahlendarstellungen 15
Zahlenumwandlungen 96
Zählschleifen 70
Zehnerlogarithmus 12, 32
Zusammengesetzte Grundrechnungen 20

Dieses Buch soll den Leser befähigen,

- mit Hilfe des Taschenrechners die eigenen Rechenprobleme schnell und sicher zu lösen,
- ohne Vorkenntnisse bald programmieren zu können,
- die Möglichkeiten seines Taschenrechners voll auszuschöpfen.

Dazu werden sicherlich die vielen ausführlichen Beispiele beitragen.

Der Leser wird schrittweise mit seinem leistungsfähigen Gerät vertraut gemacht. Bereits am Ende des ersten Abschnitts, in dem das Programmieren noch gar nicht erwähnt wird, ist er imstande, einfache Programme selbst zu erstellen.

Im zweiten Abschnitt wird der Leser in die Programmiertechnik eingeführt.

FORTBILDUNG DURCH SELBSTSTUDIUM

R. Oldenbourg Verlag Wien

ISBN 3-7029-0196-6
ISBN 3-486-29721-1